

ISSN 2618-7957

# КОСМИЧЕСКИЕ АППАРАТЫ И ТЕХНОЛОГИИ

SPACECRAFTS &  
TECHNOLOGIES



КА «Экспресс-80»

Разработчик и производитель: АО «РЕШЕТНЁВ»

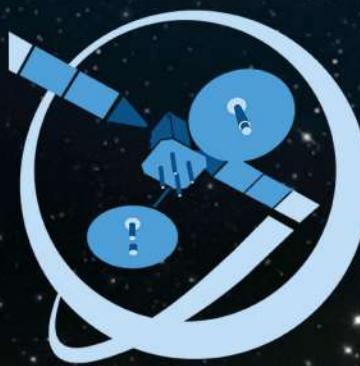


Технологическая платформа

**НИСС**

Национальная Информационная  
Спутниковая Система

№2 (52)  
2025



# НИСС

Деятельность технологической платформы «Национальная информационная спутниковая система» направлена на скоординированное решение комплекса образовательных, научных, технических, технологических и экономических проблем создания и использования перспективных космических систем и комплексов.

Стратегической целью технологической платформы «Национальная информационная спутниковая система» является разработка совокупности «прорывных» технологий для:

- радикального повышения показателей пользовательских свойств космических аппаратов новых поколений и доступности персональных пакетных космических услуг;
- значительного расширения присутствия на мировых рынках высокотехнологичной продукции и услуг в космической, телекоммуникационной и других некосмических отраслях экономики.

Журнал является официальным научным изданием технологической платформы «Национальная информационная спутниковая система».

Сайт ТП «НИСС»: [tp.iss-reshetnev.ru](http://tp.iss-reshetnev.ru)

ISSN 2618-7957

# Космические аппараты и технологии

SPACECRAFTS &  
TECHNOLOGIES

Том 9

№ 2 (52)  
2025

Выходит один раз в три месяца

Красноярский край  
Железногорск

# Космические аппараты и технологии

Главный редактор  
**Тестоедов Николай Алексеевич**  
академик РАН, д-р техн. наук, профессор,  
председатель редакционного совета (Железногорск)

Заместитель главного редактора  
**Халимович Владимир Иванович**  
канд. физ.-мат. наук, профессор (Железногорск)

Ответственный секретарь  
**Хныкин Антон Владимирович**  
канд. техн. наук, доцент (Красноярск)

Редакционный совет  
**Алифанов Олег Михайлович**  
академик РАН, д-р техн. наук, профессор (Москва)

**Анин Борис Дмитриевич**  
академик РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор (Новосибирск)

**Васильев Валерий Витальевич**  
академик РАН, д-р техн. наук, профессор (Хотьково)

**Попов Гарри Алексеевич**  
академик РАН, д-р техн. наук, профессор (Москва)

**Шабанов Василий Филиппович**  
академик РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор (Красноярск)

**Шайдуров Владимир Викторович**  
академик РАН, д-р физ.-мат. наук (Красноярск)

**Махутов Николай Андреевич**  
чл. кор. РАН, д-р техн. наук, профессор (Москва)

**Петрукович Анатолий Алексеевич**  
чл.-кор. РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор (Москва)

**Беляев Борис Афанасьевич**  
д-р техн. наук, профессор (Красноярск)

**Гарин Евгений Николаевич**  
д-р техн. наук, профессор (Красноярск)

**Косенко Виктор Евгеньевич**  
д-р техн. наук, профессор (Железногорск)

**Красильщиков Михаил Наумович**  
д-р техн. наук, профессор (Москва)

**Медведский Александр Леонидович**  
д-р физ.-мат. наук (Жуковский)

**Надирадзе Андрей Борисович**  
д-р техн. наук, профессор (Москва)

**Овчинников Сергей Геннадьевич**  
д-р физ.-мат. наук, профессор (Красноярск)

**Панько Сергей Петрович**  
д-р техн. наук, профессор (Красноярск)

**Пчеляков Олег Петрович**  
д-р физ.-мат. наук, профессор (Новосибирск)

**Хартов Виктор Владимирович**  
д-р техн. наук, профессор (Королёв)

**Чеботарев Виктор Евдокимович**  
д-р техн. наук, профессор (Железногорск)

**Чернявский Александр Григорьевич**  
(Королёв)

Редакционная коллегия  
**Головёнкин Евгений Николаевич**  
д-р техн. наук, профессор (Железногорск)

**Двирный Валерий Васильевич**  
д-р техн. наук, профессор (Железногорск)

**Лопатин Александр Витальевич**  
д-р техн. наук, профессор (Красноярск)

**Охоткин Кирилл Германович**  
д-р физ.-мат. наук, доцент (Железногорск)

**Пономарев Сергей Васильевич**  
д-р техн. наук (Томск)

**Матвеев Станислав Алексеевич**  
канд. техн. наук (Санкт-Петербург)

**Непомнящий Олег Владимирович**  
канд. техн. наук, доцент (Красноярск)

**Симунин Михаил Максимович**  
канд. техн. наук, доцент (Красноярск)

**Смотров Андрей Васильевич**  
канд. техн. наук (Жуковский)

**Сухотин Виталий Владимирович**  
канд. техн. наук, доцент (Красноярск)

**Хартов Станислав Викторович**  
канд. техн. наук (Красноярск)

Ежеквартальный научный  
журнал

Издается с 2012 года

ISSN 2618-7957

Издатель и учредитель:

Ассоциация «Технологическая платформа  
«Национальная информационная спутниковая система»

Журнал «Космические аппараты и технологии» – рецензируемый научный журнал технологической платформы «Национальная информационная спутниковая система». До 2018 года издавался под названием «Исследования наукограда».

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (свидетельство ПИ № ФС77-72862 от 22.05.2018 г.)

Импакт-фактор РИНЦ за 2023 г. – 0,419.

«Космические аппараты и технологии» публикуют оригинальные работы, обзорные статьи, очерки и обсуждения, охватывающие последние достижения в области космонавтики.

Тематические направления журнала:

- ракетно-космическая техника;
- новые материалы и технологии в космической технике;
- космическое приборостроение;
- космические услуги;
- инновации космической отрасли.

К публикации принимаются статьи, ранее нигде не опубликованные и не представленные к печати в других изданиях. Статьи, отбираемые для публикации в журнале, проходят закрытое (двойное слепое) рецензирование.

Все материалы размещаются в журнале на бесплатной основе. Полнотекстовый доступ к электронной версии журнала возможен на сайтах [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru), [www.cyberleninka.ru](http://www.cyberleninka.ru), [www.sciup.org](http://www.sciup.org)

По решению Министерства науки и высшего образования Российской Федерации журнал «Космические аппараты и технологии» 11 июля 2019 года вошел в Перечень рецензируемых научных изданий ВАК, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук.

Адрес учредителя, редакции и издателя:  
662972, Красноярский край, г. Железногорск,  
ул. Ленина, 52, корп. 4, ком. 224

e-mail: [spacecrafts.technologies@yandex.ru](mailto:spacecrafts.technologies@yandex.ru)  
<http://www.journal-niss.ru>

Подписной индекс журнала в каталоге «Пресса России» 39491  
Тираж 200 экз. Заказ 45049  
Дата выхода в свет 16.09.2025

Отпечатано Библиотечно-издательским комплексом  
Сибирского федерального университета  
660041, Красноярск, пр. Свободный, 82а  
Тел.: (391) 206-26-16; <http://bik.sfu-kras.ru>  
E-mail: [publishing\\_house@sfu-kras.ru](mailto:publishing_house@sfu-kras.ru)

Свободная цена

Возрастная маркировка в соответствии  
с Федеральным законом № 436-ФЗ: 16+

# Spacecrafts & Technologies

Chief Editor

**Testoyedov Nikolay A.**

Academician of RAS, Doctor of Engineering,

Professor, Chairman of Editorial Board (The Russian Federation)

Deputy Chief Editor

**Khalimanovich Vladimir I.**

PhD in Physics and Mathematics, Professor (The Russian Federation)

Executive Secretary

**Khnykin Anton. V.**

PhD in Engineering, Associate Professor (The Russian Federation)

Editorial Board

**Alifanov Oleg M.**

Academician of RAS, Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Annin Boris D.**

Academician of RAS, Doctor of Physics and Mathematics,

Professor (The Russian Federation)

**Popov Garry A.**

Academician of RAS, Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Shabanov Vasily Ph.**

Academician of RAS, Doctor of Physics and Mathematics,

Professor (The Russian Federation)

**Shaidurov Vladimir V.**

Academician of RAS, Doctor of Physics and Mathematics,

Professor (The Russian Federation)

**Vasiliev Valery V.**

Academician of RAS, Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Makhotov Nikolay A.**

Corresponding Member of RAS, Doctor of Engineering, Professor

(The Russian Federation)

**Petrukovich Anatoly A.**

Corresponding Member of RAS, Doctor of Physics and Mathematics,

Professor (The Russian Federation)

**Belyaev Boris A.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Chebotarev Victor E.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Garin Eugene N.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Khartov Victor V.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Kosenko Victor E.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Krasilshchikov Michael N.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Medvedtskii Alexander L.**

Doctor of Physics and Mathematics (The Russian Federation)

**Nadiradze Andrey B.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Ovchinnikov Sergey G.**

Doctor of Physics and Mathematics, Professor (The Russian Federation)

**Panko Sergey P.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Pchelyakov Oleg P.**

Doctor of Physics and Mathematics, Professor (The Russian Federation)

**Cherniavsky Alexander G.**

(The Russian Federation)

Editorial Council

**Golovkin Eugene N.**

Doctor of Engineering, Professor, Professor (The Russian Federation)

**Dviry Valery V.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Lopatin Alexander V.**

Doctor of Engineering, Professor (The Russian Federation)

**Okhotkin Kirill G.**

Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor (The Russian Federation)

**Ponomarev Sergey V.**

Doctor of Physics and Mathematics (The Russian Federation)

**Khartov Stanislav V.**

PhD in Engineering (The Russian Federation)

**Matveev Stanislav A.**

PhD in Engineering (The Russian Federation)

**Nepomnyashy Oleg V.**

PhD in Engineering, Associate Professor (The Russian Federation)

**Simunin Mikhail M.**

PhD in Engineering, Associate Professor (The Russian Federation)

**Smotrov Andrey V.**

PhD in Engineering (The Russian Federation)

**Sukhotin Vitaly V.**

PhD in Engineering, Associate Professor (The Russian Federation)

Scientific quarterly journal

Published since 2012

ISSN 2618-7957

Publisher and Founder:

Association «Technology Platform  
«National Information Satellite System»

«Spacecrafts & Technologies» is peer-reviewed scientific journal of Technology Platform «National Information Satellite System». Until 2018 was published under the title «The Research of the Science City».

The journal is registered by the the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Communications (PI certificate no. FS77-72862, May 22, 2018).

The journal publishes original papers, reviews articles, rapid communications and discussions covering recent advances in space.

The journal sections:

- Rocket and space equipment;
- New materials and technologies in space equipment;
- Space instrument engineering;
- Space Services;
- Innovations of the space industry.

«Spacecrafts & Technologies» publishes only original research articles. All articles are peer reviewed by international experts. Both general and technical aspects of the submitted paper are reviewed before publication.

The publication of manuscripts is free of charge.

The journal is on open access on [www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru),  
[www.cyberleninka.ru](http://www.cyberleninka.ru), [www.sciup.org](http://www.sciup.org)

**РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА****А. А. Колташев, С. Г. Kochura**

КЛЮЧЕВЫЕ АСПЕКТЫ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕХНОЛОГИИ СОЗДАНИЯ БОРТОВОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ СПУТНИКОВ СВЯЗИ, НАВИГАЦИИ И ГЕОДЕЗИИ

**НОВЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ТЕХНОЛОГИИ В КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКЕ****К. Г. Анисимова, Е. А. Шангина, А. А. Кренделев**

ОПТИМИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ТОНКОСТЕННЫХ ДЕТАЛЕЙ ИЗ ПОЛИАМИДА

**В. В. Соловьев, А. Д. Рычкова, А. С. Неретина**

ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА МАТЕРИАЛА И ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

**П. А. Лакиза, Д. А. Красноруцкий, В. А. Бернс, Е. П. Жуков, А. В. Шкода**

ВОПРОСЫ КОРРЕКЦИИ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА

**Е. И. Романенко, И. А. Банщикова, А. Н. Пель**

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРУШАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ ПЛАСТИН С ОТВЕРСТИЕМ

**КОСМИЧЕСКОЕ ПРИБОРОСТРОЕНИЕ****А. В. Денисов**

ПЕРСПЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ СИНХРОНИЗАЦИИ ГЛОНАСС

**ROCKET AND SPACE EQUIPMENT**

67

**A. A. Koltashev, S. G. Kochura**

THE KEY ASPECTS EFFECTIVE TECHNOLOGY OF ONBOARD SOFTWARE DEVELOPMENT FOR COMMUNICATIONS, NAVIGATION AND GEODESY SATELLITES

**NEW MATERIALS AND TECHNOLOGIES IN SPACE EQUIPMENT**

73

**K. G. Anisimova, E. A. Shangina, A. A. Krendelев**

OPTIMIZATION THE PROCESSING OF THIN-WALLED POLYAMIDE PARTS

79

**V. V. Solovyov, A. D. Rychkova, A. S. Neretina**

JUSTIFICATION OF CHOICE OF MATERIAL AND TECHNOLOGY FOR ARAMID FIBER-BASED POLYMER COMPOSITE MANUFACTURING

87

**P. A. Lakiza, D. A. Krasnorutskiy, V. A. Berns, E. P. Zhukov, A. V. Shkoda**

PROBLEMS OF FINITE ELEMENT MODEL UPDATING OF AIRCRAFT BASED ON GROUND VIBRATION TEST RESULTS

101

**E. I. Romanenko, I. A. Banshchikova, A. N. Pel**

DETERMINATION OF BREAKING LOAD OF PLATES WITH HOLE

**SPACE INSTRUMENT ENGINEERING**

111

**A. V. Denisov**

PERSPECTIVE ALGORITHM FOR PREDICTION OF TIME INFORMATION IN GLONASS SYNCHRONIZATION SYSTEMS

## КЛЮЧЕВЫЕ АСПЕКТЫ ЭФФЕКТИВНОЙ ТЕХНОЛОГИИ СОЗДАНИЯ БОРТОВОГО ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ СПУТНИКОВ СВЯЗИ, НАВИГАЦИИ И ГЕОДЕЗИИ

А. А. Колташев✉, С. Г. Кочура

АО «Информационные спутниковые системы»

имени академика М. Ф. Решетнёва»

г. Железногорск, Красноярский край, Российская Федерация

Статья подводит итог более чем сорокалетнему периоду развития технологии создания и сопровождения бортового программного обеспечения космических аппаратов в Акционерном обществе «Информационные спутниковые системы» имени академика М. Ф. Решетнёва» (в настоящее время АО «РЕШЕТНЁВ») и содержит обзор ключевых аспектов, делающих эту технологию эффективной: ПО спутника разрабатывается как совокупность ПО систем спутника, рассматриваемых как ПО, встроенное в эти системы; ПО систем спутника функционируют в единой аппаратно-программной среде и разрабатываются на единых средствах по единой технологии; система поддержки проектирования, системного тестирования и сопровождения ПО строится на основе информационной модели ПО спутника и системе архивов объектов разработки; среда разработки, автономного тестирования и верификации программ ПО систем строится на основе кросс-системы программирования на языке Модула-2, содержащей интерпретаторы команд бортовых компьютеров; переносимость функционального ПО на новую вычислительную платформу обеспечивается постоянством программных интерфейсов и специальными методами адаптации унифицированной бортовой ОС для новых вычислительных платформ; управление качеством, базируется на качестве компонент ПО, качестве управления конфигурацией ПО и качестве верификации и подтверждения ПО в целом; трёхуровневое управление объектами и работами; использование программных моделей спутников как для целей системного тестирования ПО спутника, так и для его сопровождения при эксплуатации.

**Ключевые слова:** космический аппарат, бортовой компьютер, программная инженерия, технология разработки программного обеспечения спутников.

Поступила в редакцию: 09.04.2025. Принята к печати: 02.07.2025.

### Введение

Развернутый обзор современной технологии разработки и сопровождения бортового программного обеспечения (БПО) космических аппаратов, используемой в АО «РЕШЕТНЁВ», впервые был представлен в статьях, опубликованных в журнале «Наукоёмкие технологии» в 2014 году [1, 2]. К этому моменту в АО «РЕШЕТНЁВ» было создано четыре вычислительные платформы. В этих статьях содержится библиография по принципам и методам, положенным в основу создания этой технологии.

Средства разработки, применяемые в технологии, детально рассмотрены в публикации 2018 года в журнале «Космонавтика и ракетостроение» [3]. В данной статье будут рассмотрены только аспекты, не отраженные в предыдущих публикациях.

Всего с момента начала создания первого космического аппарата с бортовым компьютером (КА Космос-1366, запущен в 1982 году) в АО «РЕШЕТНЁВ» создано шесть вычислительных платформ и произведен запуск 130 подобных КА связи, навигации и геодезии. На 130-м спутнике – КА Космос-2569, запущенном в 2023 году, шестая вычислительная платформа использована впервые.

Понятие вычислительной платформы охватывает три составляющих – это бортовой компьютер

(БК) определенной архитектуры, операционная система (ОС) реального времени для этого компьютера и средства разработки и сопровождения программ БПО, функционирующих в среде этой операционной системы на этом компьютере.

Для каждой вычислительной платформы в АО «РЕШЕТНЁВ» создаются:

- унифицированное ядро ПО БКУ КА, включающее ОС и создающее среду программного функционирования и программного управления для ПО систем КА;
- средство разработки и автономного тестирования программ БПО – кросс-система программирования на языке программирования Модула-2;
- средство системного тестирования БПО, включающее программную модель КА, состоящую из моделей аппаратуры БКУ КА и модели поведения систем КА.

Эти средства, конечно, сохраняют типовые пользовательские и программные интерфейсы БПО и средств разработки БПО, единые для всех вычислительных платформ, что обеспечивает высокую степень унификации и переносимости БПО на различные вычислительные платформы и существенно снижает риски, возникающие при этом. Однако в ситуации, когда распространение функционально одинаковых программ осуществляется на платформы с разными характеристиками бортовых компьютеров и КА с разной центральной аппаратурой, требуются новые решения в управлении конфигурацией и системном тестировании БПО, особенно при сопровождении функционирующих КА и особенно в аспекте распространения доработок БПО в процессе штатной эксплуатации КА.

Сводная информация по внедренным вычислительным платформам приведена в таблице.

В основу принципов построения и развития технологии создания БПО для этих платформ была положена концепция, базирующаяся на сле-

дующем определении: «Технология разработки программного обеспечения – это совокупность методов и средств, реализуемых в процессе производства программного обеспечения, с целью изготовления программного продукта определенного класса (1) с требуемым уровнем качества (2), в установленные сроки (3) и с использованием заданного количества ресурсов (4)» [4].

Технологии разработки и сопровождения БПО спутников, как и всякая технология, базируются на трех «китах» – создаваемых объектах, выполняемых работах и используемых инструментальных средствах [5].

## 1. Объекты

1.1. БПО спутника разрабатывается как совокупность ПО систем спутника, рассматриваемых как программное обеспечение, встроенное в эти системы, которое проектируется, программируется, тестируется и подтверждается в рамках соответствующей системы спутника.

1.2. ПО одной из систем (в случае АО «РЕШЕТНЁВ» эта система называется – бортовой комплекс управления (БКУ) спутника) решает все интегральные вопросы БПО и предоставляет другим системам среду программного функционирования и среду программного управления с постоянными программными интерфейсами.

1.3. ПО систем спутника функционируют в единой аппаратно-программной среде, предоставляемой системой БКУ, и разрабатываются по единой технологии с использованием единых инструментальных средств.

## 2. Работы

2.1. Проектирование и системное тестирование ПО систем спутника, выполняемые проектантами систем спутника, и системное тестирование

Таблица

Платформа	Период	Проекты
Язык программирования	-	<i>Ассемблер (24КА)</i>
<b>C-4 (IBM-360)</b> КСП SAMV	1982-2000-2015	Поток, Луч, Галс, Экспресс, Экспресс-А и др. <b>СЕСАТ</b>
Язык программирования	-	<i>Модула-2 (106 КА)</i>
<b>ОВС-1750(MIL-STD-1750)</b> КСП M2-1750/C-1750	2003-	Экспресс-АМ (11, 22, 1, 2, 3, 33, 44)
<b>C-32 (VAX-11/750)</b> КСП M2-VAX	2003-	Глонасс-М, Ямал-300К (401), Экспресс-АМ (5, 6, 8, AT1/AT2), KazSat-3 и др.
<b>БИВК (MIPS-III)</b> КСП M2-MIPS	2011-	Глонасс-К, Луч-5 (А, Б, В) и др.
<b>C-32M1 (SPARC)</b> КСП M2-SPARC	2020-	Экспресс-80/103, Экспресс-АМУ3/АМУ7, AngloSat-M и др.
<b>БИВК-М (PowerPC)</b> КСП M2-PPC	2023-	Глонасс-К2

БПО в целом, выполняемое проектантами, создающими ПО БКУ.

2.2. Детальное проектирование, программирование и автономное тестирование программ ПО систем спутника, выполняемые программистами систем спутника.

2.3. Управление конфигурацией БПО, включая его интеграцию и изготовление, выполняемое специалистами, создающими ПО БКУ.

### 3. Средства

3.1. Автоматизированная система поддержки проектирования, системного тестирования и сопровождения БПО на основе информационной модели БПО спутников, системы архивов объектов разработки, включая наборы их тестов, и средств системного тестирования, использующих программные модели спутников.

3.2. Интегрированная среда разработки, автономного тестирования и верификации программ ПО систем на основе многоплатформенной кросс-системы программирования на языке Модула-2.

3.3. Автоматизированная система сопровождения программ, изделий и документов БПО со средствами электронного распорядительного документооборота, имеющая в своем составе средства изготовления БПО.

Ключевыми составляющими этой концепции в аспекте создания и сопровождения БПО спутников являются управление качеством, базирующееся на качестве компонент БПО, качестве управления конфигурацией БПО и качестве верификации и подтверждения БПО, и управление объектами и работами, при котором выделяется три уровня конфигурационных единиц – компонента ПО подсистемы КА, сборка ПО подсистемы и выпуск БПО, и три распорядительных документа, управляющие их созданием – Задание-Заключение на разработку компоненты или сборку ПО подсистемы, Запрос-Отчет на создание или доработку ПО подсистемы и Отчет о проблеме в программном обеспечении.

Важную роль также играют: подход к определению БПО, существенно упрощающий его разработку и сопровождение; использование для верификации и подтверждения БПО методов и средств программного (имитационного) моделирования, а также методы и средства подготовки технологии разработки БПО КА к освоению новых вычислительных платформ.

В АО «РЕШЕТНЁВ» накоплен большой опыт подготовки технологии разработки БПО к использованию в составе бортовых комплексов управления КА новых бортовых компьютеров.

Эффективная переносимость функционального БПО на новую вычислительную платформу обеспечивается постоянством и свойствами используемого языка программирования и средств

разработки БПО и постоянством программного интерфейса, предоставляемого бортовой ОС.

Подход АО «РЕШЕТНЁВ» в решении вопроса адаптации унифицированной бортовой ОС при переходе на новую вычислительную платформу состоит в определении и минимизации зависимого от архитектуры процессора микроядра ОС, представляющего оптимальный и уже архитектурно-независимый программный интерфейс для реализации архитектурно-независимым образом максимального числа функции и компонент ОС. Эти функции и образуют тот самый постоянный программный интерфейс для функционального программного обеспечения, который и обеспечивает полную переносимость функциональной части БПО.

Разработанный в АО «РЕШЕТНЁВ» архитектурно-независимый интерфейс микроядра бортовой ОС был успешно реализован при внедрении четвертой вычислительной платформы и всех последующих.

В технологии разработки бортового программного обеспечения спутников, создаваемых АО «РЕШЕТНЁВ», на этапах автономного и системного тестирования используются программные модели бортовых компьютеров спутников.

На этапе автономного тестирования программ БПО используется имитатор команд бортового компьютера (ИКБК), создаваемый для каждой вычислительной платформы. Этот имитатор входит в состав системы тестирования и отладки кросс-системы программирования на языке Модула-2 для соответствующего БК и обеспечивает возможность выполнения получаемого для БК исполняимого кода на обычном ПК. Его программный интерфейс не только позволяет выполнять средствами кросс-системы тестирование и отладку отдельных программ БПО в диалоговом и пакетном режиме, но и позволяет осуществлять автоматическую оценку полноты автономного тестирования этих программ, обеспечивая высокое качество этапа автономного тестирования программ БПО [6].

Для этапа системного тестирования ПО систем спутника и БПО спутника в целом на основе ИКБК создаётся полная программная модель БК. Эта модель является ядром программной модели спутника, входящей в состав средств системного тестирования БПО, и также обеспечивает возможность проведения системного тестирования БПО на обычном ПК. В состав модели БК входит ИКБК из соответствующей кросс-системы программирования и модели устройств БК, такие как модель системы прерывания, модель системы времени, модели ОЗУ и ВЗУ, модели контроллеров внешних и внутренних каналов обмена и прочее [7].

Модель БК создается для каждой вычислительной платформы и без изменения используется в программных моделях спутников, создаваемых на основе одной вычислительной платформы.

Полнота модели БК позволяет не только в полном объеме исследовать функционирование БПО при системном тестировании, но и проводить исследование ситуаций, возникающих при функционировании БПО спутников, на заводских испытаниях и в процессе эксплуатации.

ИКБК и программная модель БК не только обеспечивают покомандное выполнение бортовых программ, но позволяют еще при автономном тестировании с высокой точностью оценить реальное время выполнения этих программ на бортовом компьютере, а при системном тестировании позволяют организовать на средствах системного тестирования БПО в модельном времени реальное временное отражение процессов функционирования БПО и аппаратуры спутника.

АО «РЕШЕТНЁВ» обладает эффективной технологией создания программных моделей спутников как для целей системного тестирования БПО, так и для его сопровождения при эксплуатации [8, 9].

Программная модель спутника строится на базе унифицированного общесистемного ядра средств системного тестирования и включает в свой состав программные модели бортового компьютера, модели аппаратуры бортового комплекса управления спутников, модели поведения систем спутника, модель его орбитального движения и реальное БПО. Уровень детальности программного моделирования аппаратуры и поведения систем определяется необходимым уровнем детальности системного тестирования БПО.

Программная модель спутника создается для каждого спутника и сопровождается в течение всего времени его существования, обеспечивая возможность верификации доработок БПО в процессе его сопровождения.

Использование средств программного моделирования в технологии разработки БПО не только существенно сокращает сроки и трудоемкость разработки и сопровождения БПО спутников, но и существенно сокращает сроки и трудоемкость создания имитаторов спутников для Центров управления полетами. Дело в том, что программная модель спутника для системного тестирования БПО после незначительной доработки может использоваться в качестве программной модели космического аппарата для имитатора спутника, необходимой для обеспечения возможности обучения персонала Центров управления и для верификации процедур управления спутником перед их применением.

Внедрение на спутнике бортового компьютера с новой архитектурой требует создания новой вычислительной платформы, сохраняющей традиционные пользовательские и программные интерфейсы БПО и средств разработки БПО.

В 2017 году в АО «РЕШЕТНЁВ» была завершена подготовка средств разработки БПО для внедрения на КА АО «РЕШЕТНЁВ» двух новых компьютеров – С-32М1 (архитектура SPARCv8) и БИВК-М (архитектура PowerPC).

Для каждой вычислительной платформы были созданы:

- унифицированное ядро ПО БКУ КА, включая операционную систему бортового компьютера, создающее типовую среду программного функционирования и программного управления для ПО систем КА;

- средство разработки и автономного тестирования программ БПО – кросс-систему программирования на языке программирования Модула-2 (КСП М2), включая программный имитатор команд бортового компьютера;

- средство системного тестирования ПО систем КА и БПО в целом (НОК БПО), включая программную модель КА (ПМКА), содержащую модель бортового компьютера, модели аппаратуры БКУ КА и модели поведения систем КА.

Работы по созданию средств для двух компьютеров разной архитектуры впервые в истории АО «РЕШЕТНЁВ» проходили практически параллельно. Это обстоятельство заставило для снижения трудоемкости работ провести перепроектирование средств в направлении максимальной унификации их компонент.

В результате таких работ при создании ОС для этих компьютеров в их структуре удалось выделить и минимизировать архитектурно зависимое микроядро, предоставляющее для компонент следующего уровня уже унифицированный архитектурно-независимый программный интерфейс. Найденное решение позволило унифицировать исходные тексты компонентов ОС [10–12].

При создании КСП М2-SPARC и КСП М2-PPC унификация структуры ИКБК позволила не только сократить общий срок и трудоемкость их создания, но и использовать один и тот же ИКБК в КСП М2 и в средствах системного тестирования.

В свою очередь, унификация структуры ПМКА позволила в обеих созданных моделях КА использовать одну и ту же среду программного моделирования.

## Заключение

Проведенные мероприятия позволили не только своевременно подготовить технологию разработки БПО к созданию программ для новых КА, но и обеспечили возможность АО «РЕШЕТНЁВ» при создании новых КА в большом объеме использовать имеющийся задел компонент ПО систем КА, процедур тестирования и программной документации БПО КА.

## Список литературы

- [1] Колташев А.А., Kochura С.Г. Технология создания и сопровождения бортового программного обеспечения спутников связи, навигации и геодезии: современное состояние // Наукоемкие технологии. 2014. № . 9. С. 38–42.
- [2] Колташев А.А., Тимисков М.В., Шумаков Н.Н., Барков А.В. Технология создания программных моделей бортовых компьютеров спутников // «Наукоемкие технологии». 2014. № . 9. С. 34–38.
- [3] Колташев А.А., Kochura С.Г., Барков А.В. Разработка и сопровождение бортового программного обеспечения спутников АО «ИСС» // Космонавтика и ракетостроение. 2018. № . 3. С. 122–130.
- [4] Колташев А.А. Технология разработки и сопровождения бортового программного обеспечения спутников связи и навигации. Дисс... д-ра техн. наук. Красноярск. СибГАУ. 2010. 307 с.
- [5] Колташев А.А. Три «кита» бортового программирования // XXI Международная научная конференция. Системный анализ, управление и навигация: Тезисы докладов. Сборник. М.: Изд-во МАИ. 2016. С. 93–95.
- [6] Колташев А.А., Краус С.А., Шумаков Н.Н. Использование языка программирования МОДУЛА-2 при создании российских спутников связи и навигации // Решетневские чтения: Материалы XVII Международной научной конференции. 2013. Ч. 2. С. 215–216.
- [7] Колташев А.А. Основные принципы системного тестирования и подтверждения бортового программного обеспечения спутников // Вестник СибГАУ. 2010. № . 1(27). С. 4–7.
- [8] Колташев А.А., Kochura С.Г., Тимисков М.В., Тололо А.В., Шумаков Н.Н. Программное моделирование в технологии разработки бортового программного обеспечения спутников // Системный анализ, управление и навигация: Тезисы докладов 15-й Международной научной конференции. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. 2010. 176 с.
- [9] Колташев А.А., Тимисков М.В., Шумаков Н.Н. Технология разработки программных имитаторов бортовых компьютеров спутников // XIX Международная научная конференция. Системный анализ, управление и навигация: Тезисы докладов. Сборник. М.: Изд-во МАИ. 2014. 132 с.
- [10] Колташев А.А., Котенёв Т.Л., Шумаков Н.Н. Технология переноса бортового программного обеспечения спутников связи, навигации и геодезии на новые вычислительные платформы // XX Международная научная конференция. Системный анализ, управление и навигация: Тезисы докладов. Сборник. М.: Изд-во МАИ. 2015. 236 с.
- [11] Колташев А.А., Барков А.В., Шумаков Н.Н. Подготовка технологии разработки бортового программного обеспечения КА к использованию новых бортовых компьютеров // XXII Международная научная конференция. Системный анализ, управление и навигация: Тезисы докладов. Сборник. М.: Изд-во МАИ. 2017. 228 с.
- [12] Колташев А.А., Барков А.В. Бортовое программное обеспечение КА Глонасс – новые вызовы. // XXIV международная научная конференция. Системный анализ, управление и навигация: Тезисы докладов. Сборник. М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ. 2019. 204 с.

## THE KEY ASPECTS EFFECTIVE TECHNOLOGY OF ONBOARD SOFTWARE DEVELOPMENT FOR COMMUNICATIONS, NAVIGATION AND GEODESY SATELLITES

**A.A. Koltashev, S.G. Kochura**

*JSC «Academician M. F. Reshetnev» Information Satellite Systems  
Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, Russian Federation*

*The article summarizes more than forty-year period of progress of technology of development of the onboard software of the satellites created by JSC «Academician M. F. Reshetnev» Information Satellite Systems (now JSC «RESHETNEV»), and provides an overview of the key aspects that make this technology effective: satellite software is developed as a set of satellite system software, considered as software built into these systems; satellite system software operates in a single hardware and software environment and is developed on single tools using a single technology; the system for supporting design, system testing and software maintenance is built on the basis of the satellite software information model and the system of development object archives; the environment for development, autonomous testing and verification of software*

for software systems is built on the basis of a cross-programming system in the Modula-2 language, containing interpreters for on-board computer commands; portability of functional software to a new computing platform is ensured by the constancy of software interfaces and special methods for adapting the unified on-board OS to new computing platforms; quality management, based on the quality of software components, the quality of software configuration management and the quality of software verification and confirmation as a whole; three-level management of objects and works; the use of software models of satellites both for the purposes of system testing of satellite software and for its maintenance during operation.

**Keywords:** spacecraft, onboard computer, software engineering, satellite software development technology.

72

Submitted: 09.04.2025. Accepted: 02.07.2025.

## References

- [1] Koltashev A.A., Kochura S.G. The technology of development and maintenance of onboard software of communications satellites, navigation and geodesy: current status // Science Intensive Technologies journal, 2014, no. 9, pp. 38–42.
- [2] Koltashev A.A., Timiskov M.V., Shumakov N.N., Barkov A.V. The technology of creation program models of satellite's onboard computers // Science Intensive Technologies journal, 2014, no. 9, pp. 34–38.
- [3] Koltashev A.A., Kochura S.G., Barkov A.V. The development and maintenance onboard software of JSC «ISS» satellites // Kosmonavtika i raketostroenie, 2018, no. 3(102), pp. 122–130.
- [4] Koltashev A.A. The technology of development and maintenance of onboard software of communications and navigation satellites. Dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. Krasnoyarsk, SibSAU Publ, 2010, 307 p.
- [5] Koltashev A.A. Three “whales” of onboard programming // Siberian Journal of Science and Technology, 2018, vol. 19, no. 3, pp. 532–539.
- [6] Koltashev A.A., Kraus S.A., Shumakov N.N. Modula – 2 programming languages using at creation of the Russian communication and navigation satellites // Reshetnev readings: materials of the XVII International scientific conference, 2013, Part 2, pp. 215–216.
- [7] Koltashev A.A. Main principles of communication and navigation satellites onboard software system testing and validation // Vestnik SibSAU, 2010, no. 1(27), pp. 4–7.
- [8] Koltashev A.A., Kochura S.G., Timiskov M.V., Tololo A.V., Shumakov N.N. Program modeling in development technology of the on-board software of satellites // XV International Scientific Conference. System analysis, control and navigation: Abstracts. Collection. M.: MAI Publishing House, 2010, 176 p.
- [9] Koltashev A.A., Timiskov M.V., Shumakov N.N. Development technology of the software simulators of onboard computers of satellites // XIX International Scientific Conference. System analysis, control and navigation: Abstracts. Collection. M.: MAI Publishing House, 2014, 132 p.
- [10] Koltashev A.A., Kotenev T.L., Shumakov N.N. Technology of porting onboard software on new computing platforms for satellites of communications, navigation and geodesy // XX International Scientific Conference. System analysis, control and navigation: Abstracts. Collection. M.: MAI Publishing House, 2015, 236 p.
- [11] Koltashev A.A., Barkov A.V., Shumakov N.N. Preparation of the development technology of the onboard spacecraft software towards using new on-board computers // XXII International Scientific Conference. System analysis, control and navigation: Abstracts. Collection. M.: MAI Publishing House, 2017, 228 p.
- [12] Koltashev A.A., Barkov A.V. Spacecraft Glonass onboard software – new challenges // XXIV International Scientific Conference. System analysis, control and navigation: Abstracts. Collection. M.: MAI Publishing House, 2019, 204 p.

## Сведения об авторах

*Колташев Андрей Александрович* – доктор технических наук, доцент, эксперт по технологии разработки БПО космических аппаратов АО «РЕШЕТНЁВ». Окончил Новосибирский государственный университет в 1975 году. Область научных интересов: методы и средства разработки программного обеспечения космических аппаратов.

*Кочура Сергей Григорьевич* – кандидат технических наук, доцент, заместитель генерального конструктора по электрическому проектированию и системам управления космических аппаратов АО «РЕШЕТНЁВ». Окончил Новосибирский электротехнический институт в 1978 году. Область научных интересов: электрическое проектирование космических аппаратов.

## ОПТИМИЗАЦИЯ ОБРАБОТКИ ТОНКОСТЕННЫХ ДЕТАЛЕЙ ИЗ ПОЛИАМИДА

К. Г. Анисимова<sup>1, 2</sup>✉,

Е. А. Шангина<sup>1, 2, 3</sup>, А. А. Крендлев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>АО «Информационные спутниковые системы»  
имени академика М. Ф. Решетнёва»

г. Железногорск, Красноярский край, Российская Федерация

<sup>2</sup>Сибирский государственный университет науки и технологий  
имени академика М. Ф. Решетнёва

г. Красноярск, Российская Федерация

<sup>3</sup>Сибирский федеральный университет  
г. Красноярск, Российская Федерация

*Деталь «Гребенка» входит в состав приемо-вычислительного модуля приборов глобальной спутниковой системы и служит для позиционирования проводов в розетке. При отработке технологии изготовления данной детали возникли проблемы из-за свойств материала полиамида и тонкостенных конструктивных элементов с допусками по 9 квалитету. Конструкция детали включает в себя наличие пазов и тонкие перемычки между ними. Обработка дисковой фрезой привычными методами фрезерования привела к образованию длинных заусенцев и увеличила вероятность получения бракованной продукции ввиду сложностей в проведении слесарных работ мелкоразмерных элементов с условием сохранения допусков на заданные размеры. Результатом решения вопроса стала смена направления резания при фрезеровании: с попутного на встречное. Приведены общие рекомендации резания для рассмотренной детали. Также было увеличено количество проходов при обработке, что позволило срезать заусенцы и исключить слесарную операцию, выполняемую вручную, выдержать требования конструкторской документации автоматизированным способом. Данный прием эффективен в части повышения вероятности выпуска годной продукции, снижения времени изготовления и может быть применен для серийного производства, автоматизировав изготовление аналогичных типов деталей и конструктивных элементов полиамида.*

**Ключевые слова:** полиамид, ПА блочный, встречное фрезерование, оптимизация технологии, стружкообразование, режущий инструмент, тонкостенные детали.

*Поступила в редакцию: 29.03.2025. Принята к печати: 02.07.2025.*

### Введение

Глобальная спутниковая система GPS предназначена для точного определения координат места, составляющих вектора скорости и времени объектов в движении. Помимо основной функции система производит высокоточную взаимную синхронизацию частоты и времени на удаленных наземных объектах и взаимную геодезическую привязку. С помощью GPS производят определение ориентации объекта по измерениям приемников сигналов [1].

Аппаратура радионавигации включает в себя приемо-вычислительный модуль. В связи с политической обстановкой получен заказ на изготовление и сборку модуля, так как предшествующие импортные комплектующие произведены в Швейцарии.

В состав проектируемого модуля входит сборка розетки, одним из основных тел сборки является деталь «Гребенка», через которую формуются выводы розетки (рисунок 1).

При изготовлении данной детали обнаружены технологические сложности из-за свойств полиамида марки ПА-6 и образования стружки – заусенцев при обработке тонких стенок и пазов. Мелкоразмерные конструктивные элементы за-

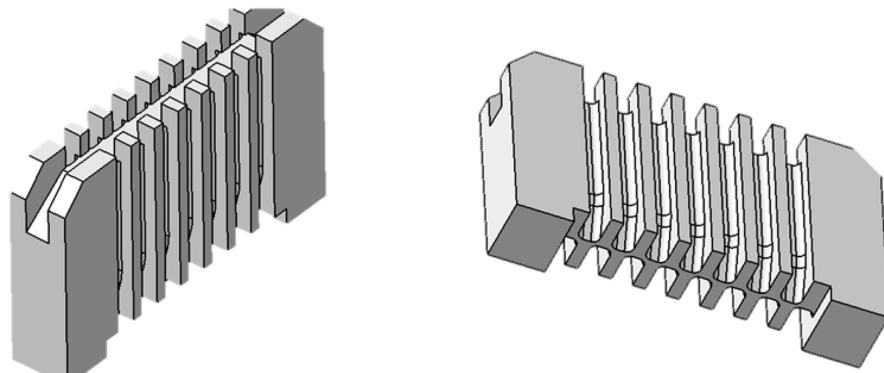


Рисунок 1. Деталь «Гребенка»

74

трудняют выполнение ручных доводочных работ после механической обработки на станке с числовым программным управлением (ЧПУ). Существует высокая вероятность нарушить размеры комплектующей части: пазы шириной 1,2 мм с жесткими допусками на размеры тонких стенок в пределах  $\pm 0,05$  мм. Снимая стружку вручную, можно зарезать деталь.

## 1. Особенности механической обработки полиамида

Полиамид марки ПА-6 обладает высокими механическими свойствами, имеет высокий уровень износостойкости – в 5 раз выше, чем цветные металлы, имеет отличные прочностные качества, легко поддается обработке [2, 3], он легкий и устойчивый, подходит для комплектующих космических аппаратов.

При работе с полиамидом следует учитывать технические особенности: прочность полиамида меньше, чем у металлов, следовательно, необходимо контролировать силу зажатия в течение процесса обработки. Полиамид обладает низкой теплопроводностью. Это свойство материала нужно учитывать при обработке на станке. Также необходимо использовать охлаждающую жидкость, чтобы свести к минимуму выделение тепла [4].

При работе с полиамидом на станке с ЧПУ образуется длинная тонкая стружка, которую нужно своевременно убирать, избегая наматывания на режущий инструмент. Пример стружки при механической обработке полиамида представлен на рисунке 2.

Для более качественной и точной обработки полиамида используют режущий инструмент с хорошей заточкой [5].

При внедрении технологии изготовления «Гребенки» обнаружены следующие проблемы: образование длинной тонкой сливной стружки при резании и сложность слесарной обработки из-за высокой точности размеров мелких элементов детали – пазов, толщин стенок. Пример закрепления детали, заготовки в тисках в управляющей программе для станка ЧПУ представлен на рисунке 3.

При наличии специальных режущих инструментов у слесаря для обработки данной детали не исключается высокая вероятность изготовления бракованной продукции: неудобство из-за габаритов детали и мелких составляющих, жесткие требования документации по точности размеров. Также составляет сложность удаление стружки с режущего инструмента при обработке на ЧПУ из-за площади конструктивных элементов детали и высокой скорости резания.

Результатом решения вопроса стала смена направления резания при обработке пазов дисковой



Рисунок 2. Пример образования стружки при механической обработке полиамида

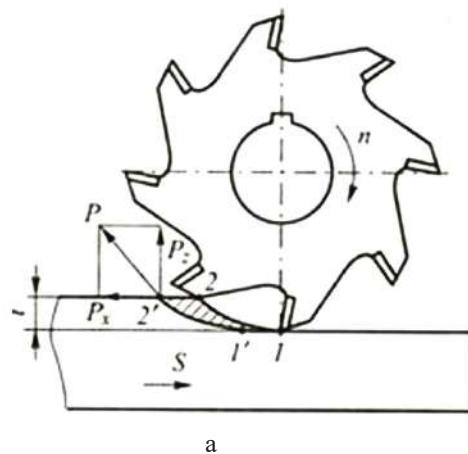
фрезой, а также увеличение количества проходов для исключения слесарной операции.

Рекомендации резания: остро заточенная фреза, направление резания – встречное, несколько проходов инструмента по настроенной траектории, которое не допускает образования тонкой стружки полиамида при срезе ее в процессе обработки. Применение данного приема эффективно для серийного производства [6, 7]. Обработка данной детали на станке ЧПУ составила 1 ч, исключив слесарные операции, занявшие по нормам времени 20 мин при высоком риске изготовления бракованного продукта.

## 2. Действие сил резания

Подробнее рассмотрено действие сил резания при разных направлениях фрезерования на рисунке 4: при встречном фрезеровании (а) силы стремятся оторвать заготовку от стола, а при попутном (б) прижать к столу [8].

Данное действие сил резания применимо и к образованию стружки: при встречном фрезеровании (а) силы стремятся отрезать обрабатываемый материал, включая стружку, от детали, а при



а

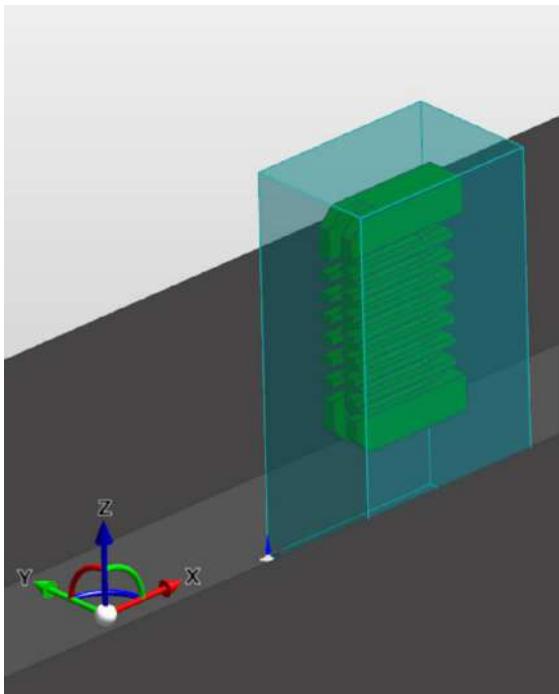
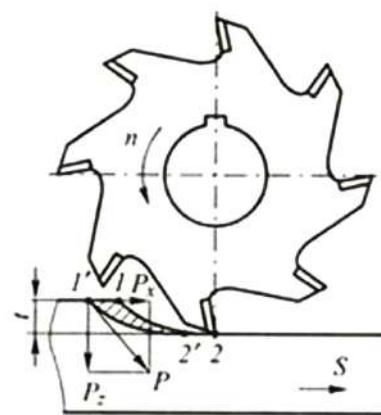


Рисунок 3. Пример закрепления детали, заготовки в тисках в управляющей программе для обработки детали «Гребенка» из полиамида



б

Рисунок 4. Действие силы резания: а – при встречном фрезеровании, б – при попутном

попутном (б) стремятся «загладить» стружку по краям пазов по направлению резания, оставляя длинные заусенцы на детали.

На рисунке 5 показаны векторы отклонения инструмента, когда инструмент перемещается по траектории резания (данные рисунка 5 более подходят при рассмотрении обработки твердых материалов, таких как нержавеющая сталь).

Стрелки показывают, где сила резания может отклонить фрезу. Длины векторов при встречном направлении больше, чем при попутном. Это говорит о том, что режущее усилие мощнее, и инструмент отклонится.

Это отклонение влияет и на чистоту поверхности. Если вектор силы резания параллелен направ-

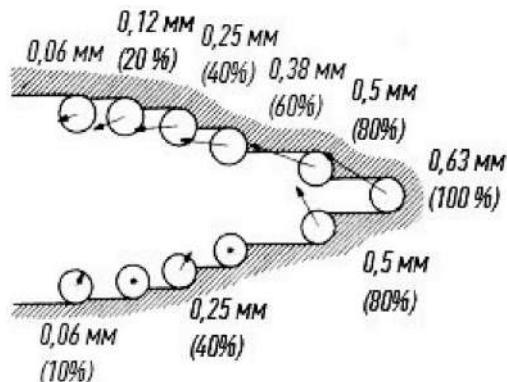


Рисунок 5. Векторы отклонения инструмента: встречное направление резания вверху, попутное внизу

лению подачи, то сила мала. Поэтому инструмент будет иметь небольшую тенденцию отклоняться и наносить «волны». Это важный момент при фрезеровании тонких стенок [9].

Обработка полиамида не вызовет больших нагрузок на инструмент и отклонений во время обработки против подачи. Поэтому встречное фрезерование для финишной обработки этого материала только улучшит чистоту поверхности детали, но при этом следует избегать слишком большой глубины фрезерования, чтобы инструмент обеспечил чистые размеры без ручных доводочных работ [10].

тельных слесарных работ для получения чистовых размеров поверхностей [11, 12].

Несмотря на то что попутное фрезерование является популярным методом, в рассмотренном случае встречное фрезерование имеет преимущества: повышение качества обработки, производительности, а также сохранение точности размеров.

То, что является недостатками встречного фрезерования для металлов, не относится к обработке полиамида и даже является преимуществом: не портится инструмент, не требуется большого потребления энергии при фрезеровании, не нарушаются точные размеры детали, а также исключаются слесарные работы, выполняемые вручную. Эффективность времени обработки возросла на 40 % для одной детали.

## Заключение

Правильный выбор направления фрезерования помогает избежать необходимости дополнительных слесарных работ для получения чистовых размеров поверхностей [11, 12].

## Список литературы

- [1] Космические радионавигационные системы [Электронный ресурс]. URL: [http://tors.psuti.ru/metod\\_web/lb\\_knrs.pdf](http://tors.psuti.ru/metod_web/lb_knrs.pdf) (дата обращения: 15.02.2025).
- [2] Сравнение полиамида 6 с другими видами полиамидов [Электронный ресурс]. URL: <https://www.simplexnn.ru/sravnenie-poliamida-6-s-drugimi-vidami-poliamidov> (дата обращения: 15.02.2025).
- [3] Фрезеровка капролона (полиамида) [Электронный ресурс]. URL: <https://3dprintspb.com/frezerovka-chpu-kaprolon-poliamid/> (дата обращения: 15.02.2025).
- [4] Токарная обработка на станках с ЧПУ капролона, полиамида [Электронный ресурс]. URL: <http://tokarka78.ru/rubric/338/Tokarnaya-obrabotka-nas-stankah-s-ChPU-kaprolona-poliamida> (дата обращения: 15.02.2025).
- [5] Исследование обрабатываемости резанием линейного полиамида и анализ дефектов после обработки / Е. А. Антипина, А. С. Александров, Д. В. Дулов, М. А. Метелев // Молодежь. Техника. Космос: Труды четырнадцатой общероссийской молодежной научно-технической конференции: в 4 т., Санкт-Петербург, 23–27 мая 2022 года. Санкт-Петербург: Балтийский государственный технический университет «Военмех», 2022. С. 31–35. – EDN HNUKPU.
- [6] Канарейкин А. И. Влияние процесса стружкообразования на качество обрабатываемой поверхности при резании вязких материалов // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. 2024. № 5. С. 3–7. EDN AKJLHL.
- [7] Исаев А. В., Козочкин М. П., Купцов В. Р. Особенности встречного и попутного фрезерования при обработке тонкостенных деталей // Вестник МГТУ «Станкин». 2013. № 1(24). С. 11–17. EDN QBVINZ.
- [8] Попутное и встречное фрезерование [Электронный ресурс]. URL: [https://enex.market/library/recommendations/poputnoe\\_i\\_vstrechnoe\\_frezerovanie/?srsltid=AfmBOoplQ6ZEH\\_2Ko8GczUE8QB82VtkVlJnMq1L8jUgf8FFoh7nlmyr](https://enex.market/library/recommendations/poputnoe_i_vstrechnoe_frezerovanie/?srsltid=AfmBOoplQ6ZEH_2Ko8GczUE8QB82VtkVlJnMq1L8jUgf8FFoh7nlmyr) (дата обращения: 18.02.2025).
- [9] Повышение качества обработанных поверхностей полимерных деталей за счет оптимальных траекторий движения инструмента и режимов резания / Н. Н. Татарников, Н. В. Аверин, М. В. Трубицин // XXXI Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС – 2019): Сборник трудов конференции, Москва, 04–06 декабря 2019 года. Москва: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук, 2020. С. 59–62. EDN: TOBNPS.
- [10] Сравнительный анализ токарной обработки капролона / О. Ю. Еренков // Прогрессивные технологии и процессы: Сборник научных статей 3-й Международной молодежной научно-практической конференции, Курск, 22–23 сентября 2016 года / Отв. ред. А. А. Горохов. Курск: Закрытое акционерное общество «Университетская книга», 2016. С. 78–81. EDN: WQRCJN.
- [11] Исследование усадки стружки при обработке капролона / Д. В. Вознюк, Д. И. Михайлюк, Я. А. Бучнев, Т. Джумашев // Научные исследования молодых учёных: сборник статей XIII Международной научно-практической конференции, Пенза, 27 июля 2021 года. Пенза: Наука и Просвещение, 2021. С. 41–43. EDN: QZQPIF.
- [12] Совершенствование технологии механической обработки заготовок из капролона: монография / О. Ю. Еренков, А. Г. Ивахненко, Е. В. Фалеева; М-во трансп. Российской Федерации, Федеральное агентство ж.-д. трансп., Федеральное гос. бюджетное образовательное учреждение высш. проф. образования «Дальневосточный гос. ун-т путей сообщ.». – Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2011. 131 с. ISBN 978-5-262-00613-7. EDN: QNFJMJ.

# OPTIMIZATION THE PROCESSING OF THIN-WALLED POLYAMIDE PARTS

**K. G. Anisimova<sup>1, 2</sup>, E. A. Shangina<sup>1, 2, 3</sup>, A. A. Krendelев<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*JSC «Academician M. F. Reshetnev» Information Satellite Systems»*

*Zheleznogorsk, Krasnoyarsk region, Russian Federation*

<sup>2</sup>*Reshetnev Siberian State University of Science and Technology*

*Krasnoyarsk, Russian Federation*

<sup>3</sup>*Siberian Federal University*

*Krasnoyarsk, Russian Federation*

*The «Grebinka» is part of the receiving and computing module of the global satellite system devices and is used to position wires in the socket. When developing the manufacturing technology for this part, problems arose due to the properties of the polyamide material and thin-walled structural elements with tolerances for quality grade 9. The design of the part includes grooves and thin jumpers between them. Processing with a disk cutter using conventional milling methods led to the formation of long burrs and increased the likelihood of obtaining defective products due to the difficulties in performing metalwork on small-sized elements while maintaining tolerances for specified dimensions. The solution to the problem resulted in a change in the cutting direction during milling: from downwind to upwind. General cutting recommendations for the part in question are provided. The number of passes during processing was also increased, which made it possible to cut off burrs and eliminate the metalworking operation performed manually, and to meet the requirements of the design documentation in an automated manner. This method is effective in terms of increasing the probability of producing good products, reducing manufacturing time, and can be applied to serial production by automating the production of similar types of parts and structural elements of polyamide.*

**Keywords:** polyamide, PA-6 block, climb milling, technology optimization, chip formation, cutting tool, thin-walled parts.

*Submitted: 29.03.2025. Accepted: 02.07.2025.*

## References

- [1] *Kosmicheskie radionavigacionnye sistemy*. Available at: [http://tors.psuti.ru/metod\\_web/lb\\_knrs.pdf](http://tors.psuti.ru/metod_web/lb_knrs.pdf) (accessed: 15.02.2025).
- [2] *Sravnenie poliamida 6 s drugimi vidami poliamidov*. Available at: <https://www.simplexnn.ru/sravnenie-poliamida-6-s-drugimi-vidami-poliamidov> (accessed: 15.02.2025).
- [3] *Frezerovka kaprolona (poliamida)*. Available at: <https://3dprintspb.com/frezerovka-chpu/kaprolon-poliamid/> (accessed: 15.02.2025).
- [4] *Tokarnaya obrabotka nas stankah s ChPU kaprolona, poliamida*. Available at: <http://tokarka78.ru/rubric/338/Tokarnaya-obrabotka-na-stankah-s-ChPU-kaprolona-poliamida> (accessed: 15.02.2025).
- [5] *Issledovanie obrabatyvaemosti rezaniem linejnogo poliamida i analiz defektov posle obrabotki*. [Study of machinability of linear polyamide by cutting and analysis of defects after machining] / E. A. Antipina, A. S. Aleksandrov, D. V. Dulov, M. A. Metelev // *Molodezh. Tehnika. kosmos: Trudy chetyrnadcatoj obshherossijskoj molodezhnoj nauchno-tehnicheskoy konferencii: v 4 tomah*. [Youth. Technology. space: Proceedings of the fourteenth all-Russian youth scientific and technical conference: in 4 volumes]. St. Petersburg, Baltic State Technical University “Voenmekh”, 2022. pp. 31–35. (In Russ.). EDN HNUKPU.
- [6] *Kanarejkin A. I. Vliyanie processa struzhkoobrazovaniya na kachestvo obrabatyvaemoj poverhnosti pri rezanii vyazkikh materialov*. [Influence of the chip formation process on the quality of the machined surface when cutting viscous materials] / A. I. Kanarejkin // *Kuznechno-shtampovochnoe proizvodstvo. Obrabotka materialov davleniem* [Forging and stamping production. Processing of materials by pressure], 2024. No. 5. pp. 3–7. (In Russ.). EDN AKJLHL.
- [7] Isaev A. V. *Osobennosti vstrechnogo i poputnogo frezerovaniya pri obrabotke tonkostennnyh detalej* [Features of up and down milling when processing thin-walled parts] / A. V. Isaev, M. P. Kozochkin, V. R. Kupcov // *Vestnik MGTU “Stankin”* [Bulletin of MSTU “Stankin”]. 2013. No. 1 (24). pp. 11–17. (In Russ.). EDN QBVINZ.

- [8] *Poputnoe i vstrechnoe frezerovanie*. Available at: [https://enex.market/library/recommendations/poputnoe\\_i\\_vstrechnoe\\_frezerovanie/?srsltid=AfmBOoplQ6ZEH\\_2Ko8GczUE8QB82VtkVIJnMq1JI8jUgf8FFoh7nlmyr](https://enex.market/library/recommendations/poputnoe_i_vstrechnoe_frezerovanie/?srsltid=AfmBOoplQ6ZEH_2Ko8GczUE8QB82VtkVIJnMq1JI8jUgf8FFoh7nlmyr) (accessed: 18.02.2025).
- [9] *Povyshenie kachestva obrabotannyh poverhnostej polimernyh detalej za schet optimalnyh traektorii dvizheniya instrumenta i rezhimov rezaniya* [Improving the quality of machined surfaces of polymer parts due to optimal tool paths and cutting modes] / N. N. Tatarnikov, N. V. Averin, M. V. Trubicin // *XXXI Mezhdunarodnaya innovacionnaya konferenciya molodyh uchenyh i studentov po problemam mashinovedeniya (MIKMUS – 2019): Sbornik trudov konferencii* [XXXI International Innovative Conference of Young Scientists and Students on Mechanical Engineering Problems (MIKMUS – 2019): Conference Proceedings]. Moscow: Federal State Budgetary Institution of Science Institute of Mechanical Engineering named after A. A. Blagonravova of the Russian Academy of Sciences, 2020. pp. 59–62. (In Russ.). EDN: TOBNPS.
- [10] *Sravnitelnyj analiz tokarnoj obrabotki kaprolona* [Comparative analysis of turning of caprolon] / O. Yu. Erenkov // *Progressivnye tehnologii i processy: Sbornik nauchnyh statej 3-j Mezhdunarodnoj molodezhnoj nauchno-prakticheskoy konferencii*. [Collection of scientific articles of the 3rd International Youth Scientific and Practical Conference]. Kursk, September 22–23, 2016 / Editor-in-chief Gorokhov A. A. Kursk: Closed Joint-Stock Company “University Book”, 2016. pp. 78–81. (In Russ.). EDN: WQRCJN.
- [11] *Issledovanie usadki struzhki pri obrabotke kaprolona* [Study of chip shrinkage during caprolon processing] / D. V. Voznyuk, D. I. Mihajlyuk, Ya. A. Buchnev, T. Dzhumashev // *Nauchnye issledovaniya molodyh uchyonnyh: sbornik statej XIII Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy konferencii* [Scientific research of young scientists: collection of articles of the XIII International Scientific and Practical Conference]. Penza, July 27, 2021. Penza: Science and Education, 2021. pp. 41–43. (In Russ.). EDN: QZQPIF.
- [12] *Sovershenstvovanie tehnologii mehanicheskoy obrabotki zagotovok iz kaprolona: monografiya* [Improving the technology of mechanical processing of caprolon blanks: monograph] / O. Yu. Erenkov, A. G. Ivahnenko, E. V. Faleeva; M-vo transp. Rossijskoj Federacii, Federalnoe agentstvo zh.-d. transp., Federalnoe gos. byudžetnoe obrazovatelnoe uchrezhdenie vyssh. prof. obrazovaniya “Dalnevostochnyj gos. un-t putej soobsh”.[Ministry of Transport of the Russian Federation, Federal Agency for Railway Transport, Federal State Budgetary Educational Institution of Higher Professional Education “Far Eastern State University of Railway Engineering”]. – Khabarovsk: Publishing House of DVGUPS, 2011. 131 p. ISBN 978-5-262-00613-7. (In Russ.). EDN: QNFJMJ.

## Сведения об авторах

*Анисимова Ксения Гарьевна* – инженер-технолог I категории АО «РЕШЕТНЁВ». Область научных интересов: космическая техника, программирование на станках ЧПУ.

*Шангина Екатерина Андреевна* – инженер-конструктор I категории АО «РЕШЕТНЁВ». Область научных интересов: космическая техника, надежность летательных аппаратов.

*Кренделев Анатолий Александрович* – оператор станков с программным обеспечением АО «РЕШЕТНЁВ». Область научных интересов: программирование на станках ЧПУ.

## ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА МАТЕРИАЛА И ТЕХНОЛОГИИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. В. Соловьев<sup>✉</sup>, А. Д. Рычкова, А. С. Неретина

Амурский государственный университет  
г. Благовещенск, Российская Федерация

*Использование композиционных материалов, особенно в космической технике, становится все более актуальным благодаря их уникальным свойствам, которые позволяют эффективно функционировать в экстремальных условиях и сохранять заданные характеристики. В статье представлено исследование полимерных композиционных материалов на основе арамидных волокон и их применение в ракетно-космической промышленности. Цель исследования заключается в обосновании возможностей создания таких композитов и оценке их перспектив для использования в космических аппаратах. В работе определены ключевые физико-механические свойства арамидных волокон и влияние этих свойств на характеристики композиционных материалов на основе эпоксидной матрицы. Также проведен анализ технологий изготовления полимерных композитов со сравнительной характеристикой различных матриц, наполнителей и методов производства. Полученные результаты подтверждают высокий потенциал и целесообразность применения арамидно-эпоксидных композитов в ракетно-космической технике благодаря высокой прочности, легкости и устойчивости к агрессивным средам. Для надежного применения необходимо углубленное исследование устойчивости и долговечности таких материалов в космическом пространстве. Дальнейшие исследования должны охватывать такие аспекты, как ударная стойкость и термическая стабильность, чтобы гарантировать безопасность и надежность будущих конструкций космических летательных аппаратов.*

**Ключевые слова:** полимерные композитные материалы, космическая техника, арамидные волокна, эпоксидные матрицы, прочностные свойства.

Поступила в редакцию: 29.01.2025. Принята к печати: 02.07.2025.

### Введение

Современное производство и промышленность не могут развиваться без применения полимерных композиционных материалов (ПКМ). Для создания различных видов техники, машин и оборудования требуется разработка новых материалов, которые получаются путём сочетания разнородных компонентов и обладают улучшенными количественными и качественными характеристиками. Важность использования композиционных материалов (КМ) в промышленности, особенно при изготовлении космических летательных аппаратов (КЛА), становится особенно актуальной в современном мире. КЛА функционируют в экстремальных условиях, сталкиваясь с высокими температурами и нагрузками, что

требует разработки и применения высокопрочных и термостойких композиционных материалов. Также необходимо акцентировать внимание на создании ПКМ, которые позволили бы снизить вред окружающей среде.

Существуют многочисленные исследования отечественных и зарубежных ученых, направленные на поиск решений для создания эффективных ПКМ с их последующим внедрением в ракетно-космическую технику (РКТ). В статье Д. В. Кочурова [1] рассматриваются физико-химические характеристики и виды высокопрочных полимерных композитов, подчеркивающие их преимущества, такие как высокая прочность при низкой плотности и стойкость к коррозии и химическим воздействиям. Данные материалы становятся все более популярными в производстве деталей благодаря своей конкурентоспособной стоимости и улучшенным эксплуатационным характеристикам по сравнению

с традиционными конструкционными материалами. Исследование И. Болодяна и его коллег [2] выявило актуальность применения полимерных композитов, так как они могут использоваться в важнейших элементах систем безопасности на борту космических аппаратов, обеспечивая защиту как экипажа, так и оборудования.

А. В. Власенко и В. В. Скрябин [3] предлагают перспективные композитные материалы, которые оказывают значительное влияние на развитие ракетно-космической техники, благодаря снижению массы и повышению прочностных характеристик конструкций. Авторы подчеркивают актуальность внедрения композитов в проектирование ракет, что позволяет увеличивать массу полезного груза и открывает возможности для создания крупных космических конструкций, включая технологии самовосстановления материалов. Однако, по мнению А. В. Кустова и его соавторов [4], большое внимание должно уделяться тщательному изучению особенностей и экономической целесообразности новых материалов перед их внедрением в массовое производство, чтобы избежать возможных потерь качества и затрат.

## 1. Выбор материалов

Анализ материалов проводится с целью выявления обладающих оптимальными физико-механическими свойствами, необходимыми для эксплуатации в экстремальных условиях космической среды. Выбор материалов обоснован с использованием сравнительного анализа их характеристик и возможностей практического использования (таблица 1).

Арамидные волокна показывают оптимальное сочетание прочности, термостойкости, массы

и устойчивости к ударным нагрузкам, что делает их предпочтительным выбором по сравнению с углеволокном, стеклопластиком и металлами (например, АмГб). Они отличаются высокой прочностью, жесткостью и термостойкостью, обеспечивая надежность материалов при механических испытаниях на растяжение и сжатие. Арамидные волокна проявляют пластические свойства при сжатии около 0,3 %, а деформация остается линейной при растяжении до 2 % [5]. Арамидные волокна могут впитывать влагу, однако это незначительно влияет на предел прочности при растяжении. Прочность волокон может снижаться под воздействием ультрафиолетового излучения, но защита полимерной матрицей минимизирует этот риск.

Необходимо определить более подходящую марку материала, поскольку эксплуатационные характеристики могут значительно варьироваться в зависимости от производителя. В настоящее время особенно важно сравнение отечественных волокон (Руслан®, АРМОС, Рускар®) с распространенным Kevlar (таблица 2).

Выбор в пользу арамидных волокон Kevlar обусловлен рядом факторов. Хотя отечественные аналоги обладают достойными характеристиками, их производство ограничено: основное предприятие, ОАО «Каменсквоклюно», выпускает около 20 тонн волокон в год, работая преимущественно на государственные заказы [6]. Увеличение российского производства сдерживается сырьевыми проблемами и труднодоступностью оборудования, а также отсутствием серийного производства на фоне возрастающих издержек [7]. В то же время Kevlar от компании DuPont производится в промышленных масштабах, предоставляя широкий выбор тканей с различной плотностью и конфигурацией, а также обеспечивая их высокую прочность и надежность поставок.

Сравнение волоконных наполнителей

Характеристика	Арамиды	Углеволокно	Стеклопластик	Металлы
Плотность, г/см <sup>3</sup>	»	»	»	»
Прочность на разрыв, МПа	3000-3600	3500-6000	1500-3000	450-550
Устойчивость к ударным нагрузкам	Высокая	Низкая	Средняя	Высокая
Термостойкость, °С	»	»	»	»
Масса	Низкая	Низкая	Средняя	Высокая
Цена (относительная)	Средняя	Высокая	Низкая	Дешевле КМ

Таблица 1

Характеристики отечественных и зарубежных арамидных волокон

Характеристика	Руслан®	АРМОС	Рускар®	Kevlar
Модуль упругости, ГПа	100-150	150-165	140-180	100-200
Прочность на разрыв, МПа	1800-2000	1800-2000	1600-2000	2500-3150
Цена (относительная)	Низкая	Средняя	Низкая	Средняя

Таблица 2

Таблица 3  
Характеристики различных матриц

Характеристика	Эпоксидная смола	Полиэтилен	Фенолформальдегидная смола
Адгезия к армидам	Высокая	Низкая	Средняя
Устойчивость к температурам, °С	до 200	до 80	до 150
Устойчивость к агрессивным средам	Высокая	Низкая	Средняя
Цена (относительная)	Средняя	Низкая	Средняя
Дополнительный комментарий	Наиболее универсальная	Не подходит для экстремальных условий	Ограниченнное применение в условиях космического пространства

На основании представленного анализа был выбран материал для создания образцов с учетом специфики их последующего применения – арамидные ткани марки Kevlar плотностью 100 г/м<sup>2</sup>, 200 г/м<sup>2</sup>, 400 г/м<sup>2</sup>.

Однако для достижения необходимых эксплуатационных свойств материала нужен подбор подходящей полимерной матрицы (таблица 3), которая в значительной степени определяет механические характеристики КМ.

Исходя из данных таблицы, эпоксидные смолы больше подходят в качестве матрицы для ПКМ, предназначенных для использования в космосе, то есть в условиях экстремальной окружающей среды. Фенольформальдегидные смолы могут использоваться в сочетании с эпоксидными для улучшения определенных характеристик, но самостоятельно они не обеспечивают тот же уровень эксплуатационных свойств [8]. Исследования [9] и [10] свидетельствуют, что сочетание арамидных волокон с эпоксидной смолой увеличивает прочность композитов и их устойчивость к высоким температурам и нагрузкам. Результаты испытаний, проведенных Г. Ф. Железиной и ее коллегами [11], показали, что такой материал имеет в 1,5–2 раза меньшую пористость и «нулевую» герметичность при изменениях давления и воздействия влаги и температуры. Прочность при изгибе и сдвиге увеличивается на 20 % [9] по сравнению с традиционными материалами. Также отмечена высокая совместимость арамидных волокон и эпоксидных смол при длительном взаимодействии. Механические свойства волокон остаются стабильными, что подтверждает надежность этого сочетания материалов. Таким образом, комбинация эпоксидной смолы и арамидной ткани представляет собой эффективное решение для разработки прочных, легких и термостойких композитов, требуемых в аэрокосмической отрасли.

Согласно ГОСТ 10587–84 [12], устанавливаются следующие марки эпоксидно-диановых смол: ЭД-22, ЭД-20, ЭД-16, ЭД-14, ЭД-10, ЭД-8. На основании приведенных физико-химических свойств, представленных в государственном стандарте, была выбрана

эпоксидная смола ЭД-20. В качестве отвердителя был выбран полиэфирный пропилен амин (ПЭПА), так как он эффективно реагирует с эпоксидными группами, обеспечивая прочность и долговечность конечного продукта.

## 2. Требования к материалам

По ГОСТ 33345–2015 [13] были выделены требования к будущим образцам в зависимости от условий эксплуатации. Они должны выдерживать влажность и воздействия окружающей среды, включая ультрафиолетовое излучение, вибрационные нагрузки от 5 до 2000 Гц, обладать высокой прочностью на растяжение и сжатие (не менее 1500 МПа).

Для изготовления образцов был выбран метод вакуумной инфузии, обеспечивающий высокую прочность и легкость конструкций, что особенно важно в авиации и космонавтике. Этот метод позволяет достичь оптимального сочетания механических характеристик и минимизации веса благодаря равномерному распределению смолы без образования воздушных пузырьков. Несмотря на большие затраты на материалы и оборудование по сравнению с ручной формовкой, вакуумная инфузия привлекательна для производства высоконагруженных деталей благодаря высокой однородности и прочности изделий [14]. Процесс включает подготовку волокон, укладку их слоями в форму, герметизацию, создание вакуума, введение смолы для пропитки, а затем отверждение при температуре 60–80 °С в течение 6–8 часов перед извлечением и обрезкой образцов до нужного размера [15, 16].

## 3. Оценка применимости и эффективности материалов

Начальные исследования для оценки применимости и эффективности материалов проводились в программном обеспечении MATLAB. Были рассмотрены полимерные композиционные материалы на основе арамидных тканей с различ-

Таблица 4

Подобранные значения параметров для каждого из материалов

Параметр	Плотность 100 г/м <sup>2</sup>	Плотность 200 г/м <sup>2</sup>	Плотность 400 г/м <sup>2</sup>
Модуль упругости в продольном направлении, ГПа	~ 30-50	~ 70-100	~ 120-150
Модуль упругости в поперечном направлении, ГПа	~ 4-6	~ 6-10	~ 8-12
Коэффициент Пуассона	0,3	0,3	0,3
Модуль сдвига, ГПа	3	4	5
Толщина одного слоя, мм	0,2	0,3	0,4
Дополнительный комментарий	При небольшой плотности ткани вклад матрицы больше, поэтому модуль упругости снижается по сравнению с композитами с более высокой плотностью волокон		

ной плотностью волокон (100 г/м<sup>2</sup>, 200 г/м<sup>2</sup>, 400 г/м<sup>2</sup>) и эпоксидной смолы. Значения параметров (таблица 4) для каждого из материалов отражают механические характеристики, такие как прочность на растяжение и сжатие, а также устойчивость к вибрационным нагрузкам. Материалы должны выдерживать влажность, воздействия окружающей среды, ультрафиолетовое излучение и обладать высокой прочностью и устойчивостью к вибрационным нагрузкам.

На основании полученных числовых значений при анализе потенциально выдерживаемых деформаций и напряжений при разном угле приложения нагрузки (от -90° до 90°) можно сделать следующие выводы: для углов -45° и 45° наблюдаются более высокие деформации, что указывает на меньшую жесткость материала в этих направлениях и его низкую устойчивость к нагрузкам.

Наименьшие деформации фиксируются для углов 0° и 90°, что свидетельствует о большей жесткости материала в этих направлениях. Напряжения при углах -45° и 45° значительно выше, чем при других углах, в то время как общие напряжения также имеют высокие значения при -90° и 90°, однако в этом случае необходимо учитывать направления этих напряжений для точного определения их влияния.

Полученные данные деформаций и напряжений указывают, что подобные материалы с большой вероятностью смогут выдерживать высокие показатели нагрузки при запуске и движении ракетно-космической техники. Однако для окончательной оценки и подтверждения их эксплуатационных характеристик необходимо провести дополнительные испытания, направленные на изучение их поведения при различных условиях эксплуатации, включая воздействие высокой температуры, давления и механических нагрузок. Анализ результатов матрицы жесткости для различных ориентаций волокон (таблица 5) показал, что все значения в матрицах находятся на уровне, значительно превышающем требуемую прочность, даже при малой плотности.

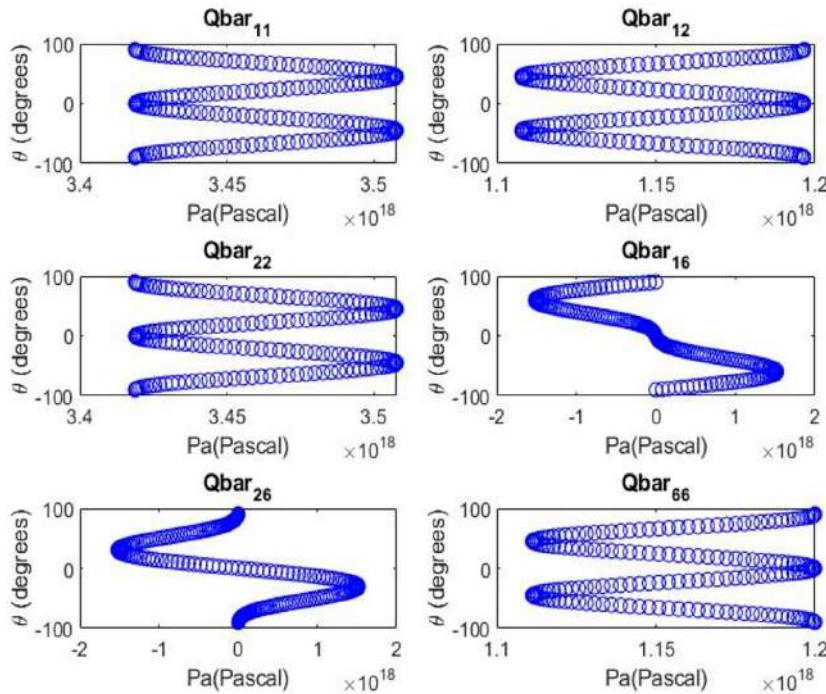
При -45° высокие значения вне диагонали указывают на хорошие характеристики сдвига, важные для прочности при боковых нагрузках. Матрицы при 0° и 90° демонстрируют значительное различие между продольной и поперечной жесткостью, что указывает на возможность разрушения при поперечных нагрузках. Негативные значения при 45° показывают улучшенные характеристики сдвига, но также подчеркивают потенциальную уязвимость к поперечным сдвигам.

Увеличение плотности волокон и значений модуля Юнга привело к повышению механических свойств, что делает такие материалы более пригодными для использования в конструкциях в сравнении с низкоплотными вариантами (рисунок 1).

Графики показывают изменения жесткости и прочности при изменении ориентации волокон от -90° до +90° для ПКМ. Самые высокие пока-

Таблица 5  
Значения матриц жесткости материала  
(100 г/м<sup>2</sup>), Па

Ориентация волокон -45°		
3,508·1018	1,108·1018	1,2·1018
1,108·1018	3,508·1018	1,2·1018
1,2·1018	1,2·1018	1,111·1018
Ориентация волокон 0°		
3,419·1018	1,197·1018	0
1,197·1018	3,419·1018	0
0	0	1,2·1018
Ориентация волокон 45°		
3,508·1018	1,108·1018	-1,2·1018
1,108·1018	3,508·1018	-1,2·1018
-1,2·1018	-1,2·1018	1,111·1018
Ориентация волокон 90°		
3,419·1018	1,197·1018	0
1,197·1018	3,419·1018	0
0	0	1,2·1018

Рисунок 1. Визуализация матрицы жесткости материала (100 г/м<sup>2</sup>)

затели прочности на растяжение и модуля упругости наблюдались при ориентации 0° и 90° из-за выравнивания волокон по направлению нагрузки, при этом арамидные волокна демонстрируют более медленную усталостную деградацию. При ориентации ±45° композиты демонстрируют высокую пластичность за счет вращения волокон из-за внеосевых нагрузений [17].

## Заключение

Применение арамидно-эпоксидных композитов в космической технике может оказать существенное влияние на проектирование конструкций ракет и их эффективность. Определены основные механические характеристики арамидных волокон

при различных углах ориентации волокон, что позволяет выбрать их предпочтительную ориентацию при создании композиционных материалов на их основе. Несмотря на имеющиеся результаты, для окончательного утверждения необходимо провести углубленное исследование различных характеристик ПКМ, включая стойкость к ударным нагрузкам, термическую стабильность и долговечность в условиях космического пространства, чтобы обеспечить их безопасность и надежность в конструкции РКТ. Особое внимание следует уделить внедрению и отработке вакуумных методов укладки и пропитки, позволяющих добиться высокой однородности и уменьшения внутренних дефектов композитов, что напрямую влияет на их прочность и долговечность.

## Список литературы

- [1] Кочуров Д. В. Высокопрочные полимерные композиционные материалы // Международный студенческий научный вестник. 2018. № 5. С. 167. EDN UZQMEM.
- [2] Bolodyan Ivan, Melikhov Anatoliy, Tanklevskiy Leonid, Istomin Ivan. (2019). Research of combustion process of construction polymeric materials in zero-gravity. *Acta Astronautica*. 163. 10.1016/j.actaastro.2019.01.044.
- [3] Власенко А. В., Скрябин В. В. Применения перспективных композиционных материалов для проектов ракетно-космической техники // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2016. Т. 1, № 12. С. 71–73. EDN WTNQDV.
- [4] Кустов А. В. Композиционные материалы в ракетно-космической отрасли // НТО-II-2022: сборник научных статей по материалам II Всероссийской научной конференции, Красноярск, 28–30 июля 2022 года. С. 101–109. EDN NNSHXS.
- [5] Bennett S. C. and Johnson D. J. Strength-Structure Relationships in Pall-Based Carbon Fibers // *Journal of Materials Science*, Vol. 18.
- [6] Ибатуллина А. Р. Обзор производителей и сравнение свойств сверхпрочных выокомодульных волокон // Вестник Казанского технологического университета. 2014. № 19. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/obzor-proizvoditeley-i-sravnenie-svoystv-sverhprochnyh-vyokomodulnyh-volokon> (дата обращения: 15.01.2025).

- [7] Перспективы развития производства отечественных арамидных нитей / А. Н. Малышев, В. А. Маяцкий, В. М. Иванов, И. Г. Баженов // Композитный мир. 2023. № 2(103). С. 26–28. EDN IYBZST.
- [8] Krasinskyi V., Jachowicz T., Dulebová L., Gajdoš I. & Malinowski R. (2021). The Manufacturing of Composite Materials in the Matrix of Modified Phenol-Formaldehyde Resins. Advances in Science and Technology Research Journal. <https://doi.org/10.12913/22998624/142288>.
- [9] Влияние сорбции компонентов эпоксидного связующего на свойства арамидных волокон / К. С. Пахомов, Ю. В. Антипов, И. Д. Симонов-Емельянов, А. А. Кульков // Пластические массы. 2019. № 3–4. С. 7–10. DOI 10.35164/0554–2901–2019–3–4–7–10. EDN CTENIT.
- [10] Ибатуллина А. Р. Разработка арамидных волокнистых материалов с регулируемыми показателями физических и механических свойств: специальность 05.19.01 «Материаловедение производств текстильной и легкой промышленности». Дисс... канд. техн. наук. Казань, 2013. 183 с. EDN SUWIXD.
- [11] Патент № 2405675 С 1 Российской Федерации, МПК B 29C 51/10, B 32B 27/12, C 08J 5/00. Способ получения конструкционного композиционного материала: № 2009126970/04: заявл. 15.07.2009: опубл. 10.12.2010 / Г. Ф. Железина, И. В. Зеленина, Н. А. Соловьева [и др.]; заявитель Федеральное государственное унитарное предприятие "Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов" (ФГУП "ВИАМ"). EDN WNAPFL.
- [12] ГОСТ 10587–84 Смолы эпоксидно-диановые неотверженные. Технические условия.
- [13] ГОСТ 33345–2015 Композиты полимерные. Производство пластин для изготовления образцов для испытаний. Общие технические требования.
- [14] Цеделенков М. Ю. Изготовление деталей из композитных материалов методом вакуумной инфузии // Материалы Международной студенческой научной конференции «студенческий научный форум», Москва, 01 декабря 2020 года. Том VIII. С. 84–86. EDN NATVDX.
- [15] Красновский А. Н., Юрьев Г. А. Исследование пропитки композитных изделий в процессе вакуумной инфузии // Цифровая экономика: оборудование, управление, человеческий капитал: Материалы II Всероссийской научно-практической конференции, Вологда, 20 декабря 2019 года. С. 31–34. EDN FWAQSY.
- [16] Сотников Е. В. Перспективы применения формования методом вакуумной инфузии в авиастроении // Школа молодых новаторов: сборник научных статей 4-й Международной научной конференции, Курск, 13 июня 2023 года / Северо-Кавказский федеральный университет, Пятигорский институт. 2023. Том 2. С. 327–329. EDN RQIWIK.
- [17] Hashim N., Majid D., Mahdi E., Zahari R., Yidris N. (2019). Effect of fiber loading directions on the low cycle fatigue of intraply carbon-Kevlar reinforced epoxy hybrid composites. Composite Structures. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2019.01.036>.

## JUSTIFICATION OF CHOICE OF MATERIAL AND TECHNOLOGY FOR ARAMID FIBER-BASED POLYMER COMPOSITE MANUFACTURING

V. V. Solovyov, A. D. Rychkova, A. S. Neretina

Amur State University  
Blagoveshchensk, Russian Federation

*The use of composite materials, especially in space technology, is becoming increasingly relevant due to their unique properties, which make it possible to function effectively in extreme conditions and maintain specified characteristics. The article presents a study of polymer composite materials based on aramid fibers and their applications in the rocket and space industry. The purpose of the study is to substantiate the possibilities of creating such composites and to assess their prospects for use in spacecraft. The paper defines the key physical and mechanical properties of aramid fibers and the effect of these properties on the characteristics of composite materials based on an epoxy matrix. The analysis of polymer composite manufacturing technologies with comparative*

characteristics of various matrices, fillers and production methods is also carried out. The results obtained confirm the high potential and expediency of using aramid-epoxy composites in rocket and space technology due to their high strength, lightness and resistance to aggressive environments. For reliable applications, an in-depth study of the stability and durability of such materials in outer space is necessary. Further research should cover aspects such as impact resistance and thermal stability to ensure the safety and reliability of future spacecraft designs.

**Keywords:** polymer composite materials, space technology, aramid fibers, epoxy matrices, strength properties.

Submitted: 29.01.2025. Accepted: 02.07.2025.

## References

- [1] Kochurov D. V. *High-strength polymer composite materials* / D. V. Kochurov // International Student Scientific Bulletin. 2018. No. 5. pp. 167. EDN UZQMEM.
- [2] Bolodyan Ivan, Melikhov Anatoliy, Tanklevskiy Leonid, Istomin Ivan. (2019). *Research of combustion process of construction polymeric materials in zero-gravity*. Acta Astronautica. 163. <https://doi.org/10.1016/j.actaastro.2019.01.044>.
- [3] Vlasenko A. V., Skryabin V. V. *Applications of advanced composite materials for rocket-and-space technology projects* // Actual Problems of Aviation and Astronautics. 2016. Vol. 1, No. 12. pp. 71–73. EDN WTNQDV.
- [4] Kustov A. V. *Composite materials in the rocket and space industry* // NTO-II-2022: Collection of scientific articles based on materials from the II All-Russian Scientific Conference, Krasnoyarsk, July 28–30, 2022. pp. 101–109. – EDN NNSHXS.
- [5] Bennett S. C., Johnson D. J. *Strength–Structure Relationships in Pall-Based Carbon Fibers*, Journal of Materials Science, Vol. 18.
- [6] Ibatullina A. R. *Review of producers and comparison of properties of high-strength high-modulus fibers* // Bulletin of Kazan Technological University. 2014. No. 19. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/obzor-proizvoditeley-i-sravnenie-svoystv-sverhprochnyh-vykokomodulnyh-volokon>.
- [7] *Perspectives of the development of domestic aramid threads production* / A. N. Malyshev, V. A. Mayatskiy, V. M. Ivanov, I. G. Bazhenov // Composite World. 2023. No. 2(103). pp. 26–28. EDN IYBZST.
- [8] Krasinskyi V., Jachowicz T., Dulebová L., Gajdoš I. & Malinowski R. (2021). *The Manufacturing of Composite Materials in the Matrix of Modified Phenol-Formaldehyde Resins*. Advances in Science and Technology Research Journal. <https://doi.org/10.12913/22998624/142288>.
- [9] *Influence of the sorption of epoxy binder components on the properties of aramid fibers* / K. S. Pakhomov, Yu. V. Antipov, I. D. Simonov-Yemelyanov, A. A. Kulkov // Plastic Masses. 2019. No. 3–4. pp. 7–10. <https://doi.org/10.35164/0554-2901-2019-3-4-7-10>. – EDN CTENIT.
- [10] Ibatullina A. R. *Development of aramid fibrous materials with adjustable physical and mechanical properties* // Kazan National Research Technological University. Kazan, 2013. 18 p.
- [11] Patent No. 2405675 C 1 Russian Federation, IPC B 29C 51/10, B 32B 27/12, C 08J 5/00. *Method for obtaining structural composite material*: No. 2009126970/04: appl. 15.07.2009: publ. 10.12.2010 / G. F. Zhelezina, I. V. Zelenina, N. A. Solovyeva [et al.]; applicant Federal State Unitary Enterprise "All-Russian Research Institute of Aviation Materials" (VIAM). EDN WNAPFL.
- [12] GOST 10587–84. *Resin epoxy-diane unreacted. Technical specifications*.
- [13] GOST 33345–2015. *Polymer composites. Manufacturing of plates for sample preparation for testing. General technical requirements*.
- [14] Tsyedelenkov M. Yu. *Manufacturing of composite parts using the vacuum infusion method* // Materials of the International Student Scientific Conference "Student Scientific Forum", Moscow, December 1, 2020. Vol. VIII. pp. 84–86. EDN NATVDX.
- [15] Krasnovsky A. N., Yuryev G. A. *Investigation of the impregnation of composite products during the vacuum infusion process* // Digital Economy: Equipment, Management, Human Capital: Materials of the II All-Russian Scientific and Practical Conference, Vologda, December 20, 2019. pp. 31–34. – EDN FWAQSY.
- [16] Sotnikov E. V. *Prospects for the application of the vacuum infusion molding method in aircraft construction* // School of Young Innovators: Collection of scientific articles from the 4th International Scientific Conference, Kursk, June 13, 2023 / North Caucasus Federal University, Pyatigorsk Institute. Volume 2.– 2023. – P. 327–329. – EDN RQIWIK.
- [17] Hashim N., Majid D., Mahdi E., Zahari R. & Yidris N. (2019). *Effect of fiber loading directions on the low cycle fatigue of intraply carbon-Kevlar reinforced epoxy hybrid composites*. Composite Structures. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2019.01.036>.

## Сведения об авторах

*Соловьев Владислав Викторович* – кандидат технических наук, доцент кафедры стартовые и технические ракетные комплексы. Область научных интересов: космическая техника, композиционные материалы.

*Рычкова Александра Дмитриевна* – студент специальности 24.05.01 «Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов». Область научных интересов: космическая техника, композиционные материалы.

*Неретина Анастасия Сергеевна* – ассистент кафедры стартовых и технических ракетных комплексов. Область научных интересов: космическая техника, композиционные материалы.

ВОПРОСЫ КОРРЕКЦИИ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ  
ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ  
ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО  
МОДАЛЬНОГО АНАЛИЗА

П. А. Лакиза, Д. А. Красноруцкий,

В. А. Бернс, Е. П. Жуков✉, А. В. Шкода

Сибирский научно-исследовательский институт авиации  
им. С. А. Чаплыгина

г. Новосибирск, Российская Федерация

ПАО «Объединённая авиастроительная корпорация

«Опытно-конструкторское бюро Сухого»

г. Москва, Российская Федерация

Излагается решение вопросов, возникающих при коррекции расчетных динамических моделей летательных аппаратов по результатам испытаний. К ним относится выбор методики модальных испытаний на основе анализа соотношений между вынужденными монофазными и собственными колебаниями. По результатам испытаний можно установить диссипативные свойства конструкций. Отмечено, что погрешности экспериментального определения собственных частот колебаний значительно ниже погрешностей в оценках обобщенных масс и коэффициентов демпфирования. Представлен метод коррекции параметров упругости конечно-элементных моделей летательных аппаратов. Матрица масс считается определенной точно. Целевой функцией является взвешенная сумма квадратов разностей между экспериментальными и расчетными собственными частотами. Для минимизации целевой функции используется итерационный процесс. Проведены исследования чувствительности коррекции к погрешностям в результатах модального анализа. Предложена методика моделирования диссипативных свойств конструкций по результатам испытаний. Для всех исследуемых тонов колебаний определяются обобщенные коэффициенты демпфирования, величины которых назначаются целевыми. Эти коэффициенты образуют диагональную матрицу демпфирования в главных координатах. Для построения матрицы демпфирования в физической системе координат использована модель рэлеевского демпфирования. Проведена коррекция расчетной модели консоли крыла самолета и самолета типа «летающее крыло».

**Ключевые слова:** расчетные модели летательных аппаратов, экспериментальный модальный анализ, коррекция конечно-элементных моделей, моделирование диссипативных свойств, летающее крыло.

Поступила в редакцию: 22.05.2025. Принята к печати: 02.07.2025.

## Введение

На этапе проектирования летательных аппаратов (ЛА) разрабатываются их расчетные динамические модели. Эти модели используются для получения предварительных решений, например, таких проблем, как защита от флаттера авиационной техники (АТ) и оценка нагрузок, действую-

ющих на элементы конструкции космических аппаратов (КА). После этапа проектирования технологии использования расчетных моделей АТ и КА различаются. Для АТ создаются динамически подобные модели (ДПМ), и первая коррекция расчетных моделей производится по результатам продувок ДПМ в аэродинамических трубах [1]. В дальнейшем эти расчетные модели корректируются при внесении изменений в конструкции АТ в опытном производстве и серийной эксплуатации по результатам экспериментального модального

анализа. В то же время нагрузки на элементы КА определяются по расчетной модели, коррекция которой производится по результатам модальных испытаний в рамках наземной экспериментальной отработки КА [2].

Программа наземных модальных испытаний обычно предусматривает исследования собственных тонов колебаний ЛА в заданном частотном диапазоне. Определению подлежат в первую очередь собственные частоты, формы и характеристики демпфирования. За редким исключением требуется контроль обобщенных масс. Основным методом модальных испытаний является классический модальный анализ, основные положения и теоретическое обоснование которого изложены в работах [3–7]. Современное состояние методик испытаний описано в трудах [3, 6, 8, 9].

Среди методов коррекции расчетных моделей по результатам модальных испытаний наибольшее распространение получили детерминированные методы. Их реализация происходит в несколько этапов. На первом этапе выявляются такие параметры собственных тонов колебаний конструкций, которые необходимы для математического описания исследуемого с помощью расчетной модели явления (флэттер АТ, динамическая нагруженность элементов КА и т.д.). На втором этапе выявляются параметры, которые с требуемой достоверностью определяются экспериментально. Значения этих параметров называют целевыми. На заключительном этапе минимизируется целевая функция, описывающая разность между параметрами расчетной модели и соответствующими экспериментальными данными [10–12]. Необходимо отметить, что в целевой функции могут присутствовать как параметры разной природы, так и параметры, определяемые с разной степенью достоверности [13]. Поэтому параметрами коррекции могут одновременно являться, например, геометрия конструкций, механические характеристики материалов, граничные условия.

## 1. Методика модальных испытаний

Модальные испытания ЛА производятся методом вынужденных монофазных колебаний [7]. В соответствии с этим методом дифференциальные уравнения движения ЛА в процессе испытаний при многоточечном гармоническом возбуждении имеют вид:

$$A\ddot{Y} + R + CY = E \sin \omega t + F \cos \omega t. \quad (1)$$

Здесь  $A(N \times N)$  и  $C(N \times N)$  – матрицы инерции и жесткости;  $\ddot{Y}(N)$  и  $Y(N)$  – ускорения и перемещения в контрольных точках ЛА;  $R(N)$  – силы демпфирования;  $E(N)$  и  $F(N)$  – составляющие сил

возбуждения;  $\omega$  – частота колебаний;  $N$  – число степеней свободы расчетной модели ЛА.

Диссипативные свойства ЛА опишем как

$$R = H\dot{Y} / \omega, \quad (2)$$

где  $H(N \times N)$  – матрица демпфирования. Формула (2) отражает основное свойство сил демпфирования: их фаза есть фаза скорости колебаний.

Решение (1) есть  $Y = U \sin \omega t - V \cos \omega t$ . Полагается, что подбором возбуждения реализуется режим вынужденных монофазных колебаний:

$$U = \lambda V, \quad (3)$$

где  $\lambda$  – действительное число. В этом случае дифференциальные уравнения (1) с учётом (2) и (3) приводятся к виду:

$$(1 + \lambda^2)(C - \omega^2 A)V = \lambda E - F, \quad (4)$$

$$(1 + \lambda^2)HV = E + \lambda F. \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) позволяют независимо определять упруго-массовые характеристики ЛА и характеристики демпфирования.

В статье [7] разработаны способы подбора монофазного ( $F = 0$ ) и немонофазного возбуждения для реализации режима монофазных колебаний, а также способ подбора возбуждения ограниченным числом сил. Изложен порядок проведения экспериментального модального анализа методом вынужденных монофазных колебаний. Остановимся здесь на нескольких частных, но значимых для практики модальных испытаний случаях.

Программа испытаний обычно предусматривает определение в первую очередь частот и форм собственных тонов колебаний в задаваемом частотном диапазоне. Из (4) следует, что, используя монофазное возбуждение и условие  $\lambda = 0$  (фазовый резонанс), можно определить собственные частоты и собственные векторы  $W_\ell = V_\ell$ ,  $\ell = 1, 2, \dots, L$ ;  $L \leq N$ .

В работах [14–16] представлены результаты исследований погрешностей оценок обобщенных динамических характеристик ЛА в модальных испытаниях. Достоверность определения этих параметров определяют такие факторы, как случайные ошибки возбуждения и измерения колебаний, помехи тонов с близкими собственными частотами, вывешивание ЛА на упругой системе. Показано, что наименьшей чувствительностью к указанным факторам обладает определение собственных частот методом фазового резонанса. Например, минимальные погрешности в обобщенных массах на порядок превышают погрешности в собственных частотах. При этом области частот вынужденных колебаний ЛА в окрестностях фазовых резонансов, в которых справедливо это соотношение погрешностей, не представляется возможным установить.

## 2. Коррекция расчетных динамических моделей

Основные положения рассматриваемого в настоящей работе метода коррекции конечно-элементной модели (КЭ-модели) ЛА изложены авторами в работах [17, 18]. Рассматривается обобщенная проблема собственных значений КЭ-модели:

$$(C - \mu A)W = 0,$$

где  $\mu$  – собственные значения.

Расчетные матрицы инерции и жесткости строятся по конструкторской документации на этапе проектирования ЛА. По результатам, изложенным в предыдущем разделе, установлено, что достоверность экспериментальной оценки собственных частот является основанием считать их параметрами целевой функции для коррекции характеристик упругости расчетной модели. При этом коррекция расчетной матрицы инерции по результатам модальных испытаний нецелесообразна ввиду больших погрешностей в оценках обобщенных масс. Поэтому корректируются только характеристики упругости с помощью корректирующей КЭ-модели с матрицей  $\Delta C$ .

На рисунке 1 показана принципиальная схема предлагаемого метода.

В результате коррекции необходимо найти такую  $\Delta C$ , чтобы достигнуть целевого значения  $\mu^*$ :

$$[(C + \Delta C) - \mu^* A]W^* = 0.$$

Корректирующая матрица  $\Delta C$  представляется в виде суммы матриц:  $\Delta C = \Delta C^{\text{int}} + \Delta C^{\text{ext}}$ . Первая матрица соответствует внутренним корректирующим элементам и определяет изменение характеристик самой модели, в то время как вторая служит для изменения характеристик внешних связей, приложенных к модели.

Для поиска корректирующих жесткостей  $(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_m)$ , использующихся для составления матрицы  $\Delta C$ , применяется итерационный алгоритм. На каждой итерации минимизируется следующая целевая функция:

$$\begin{aligned} F^{(j+1)}(\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_m) = \\ \sum_{\ell=1}^L v_{\ell} \left[ (W_{\ell}^{(j)})^T \Delta C^{(j+1)} W_{\ell}^{(j)} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \Delta \mu_{\ell}^{(j+1)} (W_{\ell}^{(j)})^T A W_{\ell}^{(j)} \right]^2 \rightarrow \min, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $j$  – номер итерации;  $v_{\ell}$  – весовой коэффициент  $\ell$ -го тона;  $L$  – число тонов колебаний, по которым производится коррекция;  $\mu_{\ell}^{(j+1)} = \mu_{\ell}^{(j)} + \Delta \mu_{\ell}^{(j+1)}$  – приближение собственного значения к целевому  $\mu_{\ell}^*$  на шаге  $j + 1$ .

Число параметров коррекции  $m$  определяется количеством вводимых корректирующих элементов и их типом. Количество корректирующих элементов определяется числом связей между элементами в матрице жесткости, которое может быть уменьшено путем введения взаимосвязей между ним, например учета симметрии модели [18].

В ходе итерационного процесса (6) контролируется соотношение между изменяющимися в результате коррекции формами собственных колебаний и их исходным состоянием. Для этого используется критерий модального соответствия:

$$\text{MAC}(W^*, W) = \frac{(W^{*T} W)^2}{(W^{*T} W^*)(W^T W)}. \quad (7)$$

В целевых значениях собственных частот колебаний присутствуют погрешности, источники которых указаны в предыдущем разделе. Необходимо отметить, что наличие системы упругого вывешивания ЛА и тонов с близкими собственными частотами приводит к систематическим отклонениям целевых значений частот от их

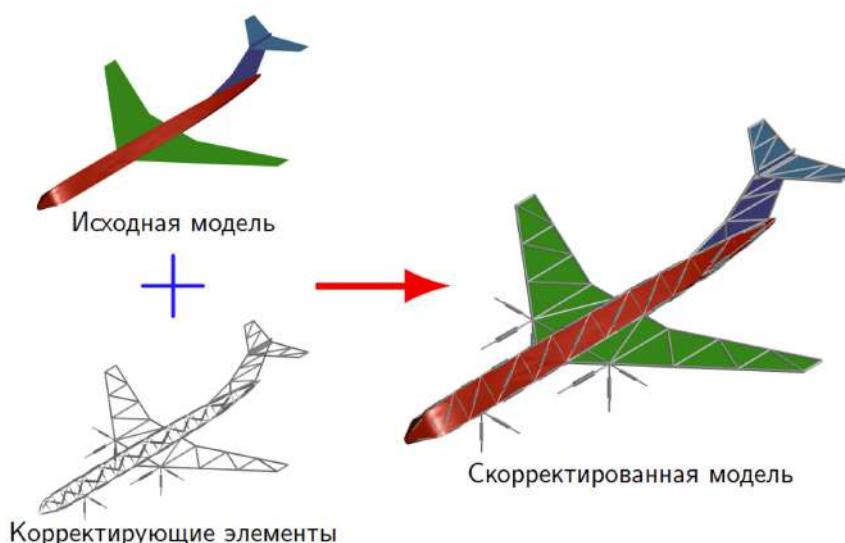


Рисунок 1. Принципиальная схема коррекции

точных значений. Эти отклонения можно оценить. Однако ошибки измерения колебаний имеют случайный характер, и погрешности определяемых по этим измерениям собственных частот также случайны. Поэтому необходимо исследовать устойчивость алгоритма коррекции к таким ошибкам. Эти исследования проведены методом статистического моделирования.

Будем считать, что погрешности определения целевых значений собственных частот распределяются по усеченному нормальному закону с нулевым математическим ожиданием. Для моделирования погрешностей использовался генератор случайных чисел. Исследования устойчивости алгоритма коррекции проводились применительно к свободной прямоугольной пластине по следующему плану:

- вычислялись исходные значения собственных частот и форм колебаний (виртуальный эксперимент);
- вводились случайные отклонения  $\Delta f$  заданного уровня в значения частот  $f$ ;
- корректировались параметры расчетной модели по искаженным значениям частот, вычислялись «ошибочные» собственные формы колебаний;
- оценивалось влияние погрешностей в собственных частотах на результаты коррекции по изменению критерия модального соответствия (7)  $\varepsilon_{MAC}$  между «ошибочными» и исходными формами колебаний;
- виртуальный эксперимент повторялся до получения стабильных оценок математического ожидания и дисперсии  $\varepsilon_{MAC}$ .

Исследования по изложенному плану были проведены для нескольких уровней погрешностей  $\Delta f$  и при разном числе тонов  $p$ , по которым корректировалась расчетная модель. На каждом варианте расчетов проверялось соответствие распределений случайных величин  $\varepsilon_{MAC}$  нормальному закону.

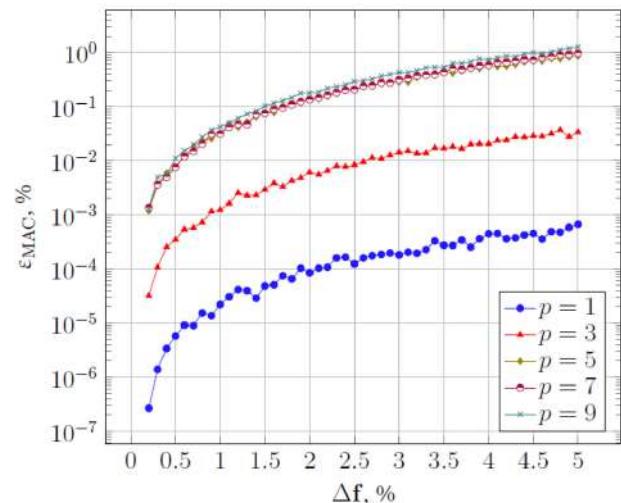


Рисунок 2. Погрешности коррекции расчетной модели пластины

По результатам исследований, представленным на рисунке 2, можно сделать вывод о том, что для рассматриваемой модели алгоритм коррекции обладает низкой чувствительностью к погрешностям в результатах экспериментального модального анализа. Кроме того, с увеличением числа тонов  $p$  погрешность коррекции  $\varepsilon_{MAC}$  стремится к предельному значению.

Исследования устойчивости алгоритма коррекции к погрешностям в целевых значениях собственных частот проведены также применительно к конечно-элементной расчетной модели условного КА (рисунок 3). Расчетная модель имеет пятьдесят тысяч степеней свободы.

Результаты исследований аналогичны полученным для пластины: с увеличением числа тонов, по которым производится коррекция модели, погрешность коррекции стремится к предельному значению (рисунок 4). Несмотря на то, что при оценке чувствительности алгоритма коррекции

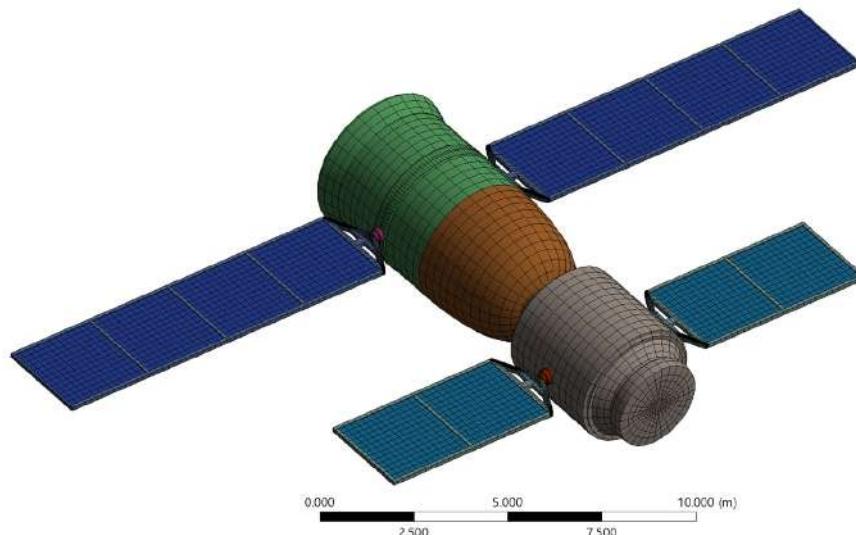


Рисунок 3. КЭ-модель условного КА

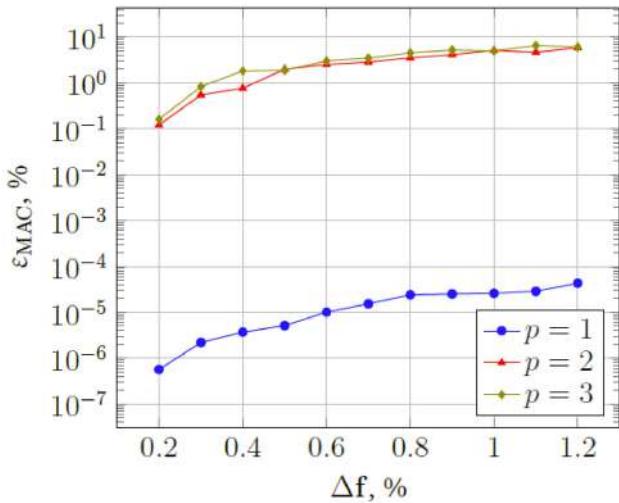


Рисунок 4. Погрешности коррекции расчетной модели условного КА

на примере моделей пластины и КА просматриваются общие закономерности, количественные выражения чувствительности алгоритма отличаются. Поэтому рекомендуется проводить анализ по предложенному плану для каждой исследуемой модели объекта.

Сделаны также расчеты изменений жесткостей расчетной модели при коррекции по трем тонам собственных колебаний. На рисунке 5 красным цветом отмечены области, в которых для достижения целевых значений коррекции расчетная жесткость была повышенна, а синим – понижена.

конструкций. Практически это означает приданье матрице демпфирования некоторых свойств аналогично матрицам инерции и жесткости. Но если положительная определенность, симметрия и возможность приведения матриц инерции и жесткости к диагональному виду одним преобразованием координат есть следствие понятий о кинетической и потенциальной энергиях, то для придания конкретных свойств матрице демпфирования оснований не имеется. Здесь можно констатировать только то, что матрица демпфирования положительно определенная, поскольку в конструкции ЛА нет внутренних источников энергии, идущей на поддержание вынужденных колебаний.

Для выявления свойств матрицы демпфирования в работе [7] предложено сопоставить монофазные колебания с собственными на частотах вне фазовых резонансов. Установлено, что если на этих частотах при монофазном возбуждении существуют действительные значения  $\lambda_\ell$  ( $\ell = 1, 2, \dots, L$ ) и формы монофазных колебаний  $V_\ell$  совпадают с соответствующими формами  $W_\ell$  собственных колебаний, то из (4) и (5) следует

$$V_\ell^T (\omega^2 A - C) V_j = V_\ell^T H V_j = 0, \quad \ell \neq j. \quad (8)$$

Для  $\ell = j$  получаем

$$V_\ell^T H V_\ell = h_\ell, \quad (9)$$

где  $h_\ell$  – обобщенный коэффициент демпфирования  $\ell$ -го тона, способы определения которого известны [5–7, 14]. Важно отметить, что из опыта

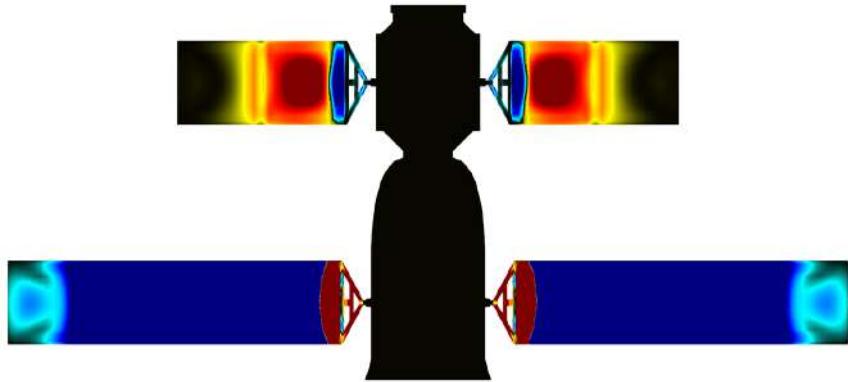


Рисунок 5. Распределение изменений жесткостей расчетной модели условного КА в результате коррекции

Черный цвет соотносится с областями неизмененной расчетной жесткости.

### 3. Моделирование диссипативных свойств конструкций

Решение задачи описания диссипативных свойств в расчетных динамических моделях ЛА можно существенно упростить, если принять априори модель рассеяния энергии при колебаниях

модальных испытаний следует, что практически всегда можно выделить диапазон частот в окрестности каждого фазового резонанса исследуемых тонов, где монофазные колебания совпадают с собственными колебаниями. На этом основании следует вывод о том, что матрица демпфирования  $H(L \times L)$  в главных координатах имеет диагональный вид.

Для восстановления матрицы демпфирования  $H(N \times N)$  в расчетных моделях ЛА с  $N$  степенями свободы по построенной по результатам испытаний

ний матрице  $H(L \times L)$  ( $L \leq N$ , практически всегда  $L \ll N$ ) разработан алгоритм, подобный представленному в разделе 2. При этом значения диагональных элементов  $h_\ell$  матрицы  $H$  приняты как целевые  $h_\ell^*$ . Свойства матрицы  $H(L \times L)$ , которые следуют из (8) и (9), распространяются на матрицу  $H(N \times N)$  на том основании, что практический интерес представляют только  $L$  (как правило, низших) тонов, и влияние на характеристики этих тонов остальных  $N - L$  собственных колебаний пренебрежимо мало. Поэтому начальное приближение для построения матрицы демпфирования в физической системе координат строится по модели Рэлея:

$$H = \alpha C^* + \beta A,$$

где  $C^* = C + \Delta C$  – матрица жесткости после коррекции;  $\alpha$  и  $\beta$  – параметры демпфирования.

В модальных испытаниях были определены обобщенные коэффициенты демпфирования  $h_\ell^*$  для  $L$  из  $N$  тонов колебаний, поэтому для определения параметров  $\alpha$  и  $\beta$  методом сопряженных градиентов решается задача минимизации целевой функции:

$$G(\alpha, \beta) = \sum_{\ell=1}^L v_\ell \left( 1 - \frac{\alpha c_\ell + \beta a_\ell}{h_\ell^*} \right)^2 \rightarrow \min_{\alpha, \beta}. \quad (10)$$

Производные, составляющие вектор-градиент целевой функции, имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G}{\partial \alpha} &= -2 \sum_{\ell=1}^L \left[ v_\ell \left( 1 - \frac{\alpha c_\ell + \beta a_\ell}{h_\ell^*} \right) \frac{c_\ell}{h_\ell^*} \right], \\ \frac{\partial G}{\partial \beta} &= -2 \sum_{\ell=1}^L \left[ v_\ell \left( 1 - \frac{\alpha c_\ell + \beta a_\ell}{h_\ell^*} \right) \frac{a_\ell}{h_\ell^*} \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

В (10) и (11) входят весовые коэффициенты корректируемых тонов  $v_\ell$ , а также обобщенные жесткости и обобщенные массы с учетом собственных векторов после коррекции:

$$c_\ell = W_\ell^{*T} C^* W_\ell^*, \quad a_\ell = W_\ell^{*T} A W_\ell^*, \quad \ell = 1, 2, \dots, L.$$

Отметим, что в результате решения задачи (10) не удается с высокой степенью точности достичь целевых обобщенных коэффициентов демпфирования в силу ограниченности набора параметров коррекции. Поэтому полученное приближение матрицы демпфирования изменяется аналогично тому, как корректируется матрица жесткости:

$$\tilde{H} = H + \Delta H^{\text{int}} + \Delta H^{\text{ext}},$$

где  $\Delta H^{\text{int}}$  и  $\Delta H^{\text{ext}}$  – матрицы демпфирования внутренних и внешних корректирующих элементов. Под внутренним демпфированием понимаются потери энергии за счет трения в материалах модели, а под внешним – рассеяние энергии при взаимодействии модели с окружающей средой, например воздухом. Последнее особенно актуально для

крупногабаритных конструкций с большой парусностью.

Заметим, что внутренние корректирующие элементы, составляющие матрицу  $\Delta H^{\text{int}}$ , являются сбалансированными, то есть позволяют изменять межузловые связи КЭ-модели, не накладывая внешних связей. Это приводит к невозможности учесть внешнее демпфирование введением только таких элементов. Поэтому в случае, когда внешнее демпфирование оказывает существенное влияние на конструкцию, вводятся внешние корректирующие элементы, составляющие матрицу демпфирования  $\Delta H^{\text{ext}}$ . Тогда для новой матрицы демпфирования можно записать обобщенные коэффициенты демпфирования в следующем виде (индекс тона опущен):

$$\tilde{h} = h + \Delta h^{\text{int}} + \Delta h^{\text{ext}}, \quad (12)$$

где  $\tilde{h}$  – обобщенный коэффициент демпфирования, соответствующий начальному приближению матрицы демпфирования;  $\Delta h^{\text{int}}$  и  $\Delta h^{\text{ext}}$  – обобщенные коэффициенты демпфирования внутренних и внешних корректирующих элементов.

Выражения для обобщенных коэффициентов демпфирования  $\Delta h^{\text{int}}$  и  $\Delta h^{\text{ext}}$  в общем случае зависят от типа вводимых корректирующих элементов. В [18] были получены выражения для случая базовых корректирующих элементов.

Алгоритм восстановления матрицы демпфирования заключается в том, чтобы найти такие параметры  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m$ , которые будут решением неоднородной системы нелинейных уравнений:

$$r_\ell(\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m) = \tilde{h}_\ell - h_\ell^* = 0, \quad \ell = 1, 2, \dots, L, \quad (13)$$

где  $m$  – число корректирующих элементов, как в разделе 2.

Решением системы (13) считается решение задачи безусловной минимизации целевой функции, в качестве которой принимается сумма квадратов каждого из уравнений со взвешенной суммой квадратов коэффициентов демпфирования:

$$F = \sum_{\ell=1}^L v_\ell r_\ell^2 + v_c \sum_{i=1}^m \eta_i^2 \rightarrow \min, \quad (14)$$

где  $v_\ell$  – весовые коэффициенты корректируемых тонов,  $v_c$  – параметр регуляризации. Из практики применения метода: если модель хорошо описывает реальный объект, то можно положить  $v_c = 0$ . Задача (14) решается минимизацией целевой функции методом сопряженных градиентов.

## 4. Практика коррекции расчетных моделей

### 4.1. Коррекция расчетной модели консоли крыла самолета

Расчетные модели ЛА могут быть представлены в виде результата синтеза расчетных моделей

их составных частей. Такими составными частями служат, как правило, агрегаты ЛА: крыло, фюзеляж, оперение и т.д. Это позволяет производить модальные испытания и коррекцию расчетных моделей поэтапно. Следствием такого подхода является то, что на каждом этапе коррекции число корректируемых параметров значительно меньше числа параметров полной расчетной модели.

В качестве примера приведено решение задачи коррекции расчетной модели консоли крыла самолета. На время модальных испытаний консоль крыла была вывешена вертикально на упругой подвеске (рисунок 6). В эксперименте определены собственные частоты пяти низших тонов собственных колебаний крыла.

Конструктивно-силовой набор модели консоли крыла представлялся невесомыми балочными и оболочечными элементами. При этом инерционные характеристики крыла воспроизводились дискретными массами, имеющими эксцентриситет. Для формирования геометрической модели использовались таблицы с координатами вершин

поверхностей и концевых точек балок. Толщины элементов обшивки задавались дискретно по вершинам, образующим граничные поверхности. Распределение изгибных жесткостей внутри каждой балки описывалось полиномом третьей степени, заданным в равноотстоящих узлах. Число степеней свободы в модели составило двадцать тысяч. Для сшивки панелей как между собой, так и с балочным каркасом использовались абсолютно жесткие балки.

Коррекция КЭ-модели проводилась по пяти наборам экспериментально определенных частот собственных тонов колебаний. Каждый последующий набор дополнял предыдущий одним тоном. На первом этапе была проведена коррекция только по изгибу консоли крыла I-го тона, а затем еще и по изгибу консоли крыла II-го тона. В конечном итоге осуществлена одновременная коррекция по пяти тонам (таблица 1).

Распределения изменений узловых жесткостей по всем линейным степеням свободы КЭ-модели до и после коррекции по первому тону и пяти то-

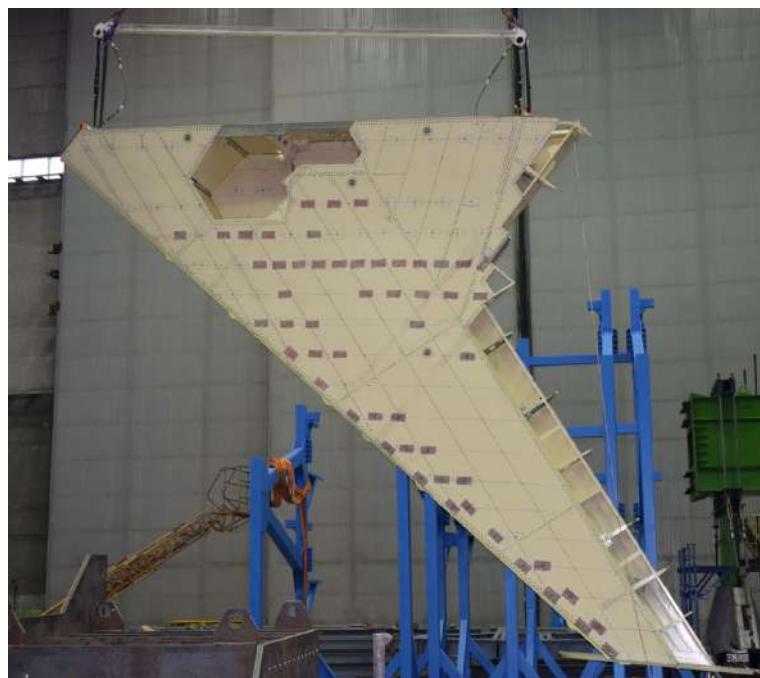


Рисунок 6. Модальные испытания консоли крыла

Таблица 1

Результаты коррекции модели консоли крыла

Тон	Относительная частота		До	Погрешность до и после коррекции, %					
	Эксперимент	Исходная модель		После					
				1	2	3	4	5	
1	1,00	1,51	50,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	
2	2,28	3,18	39,5	-7,4	0,0	0,0	0,0	0,0	
3	3,37	4,13	22,6	-18,6	-13,8	0,0	0,0	0,0	
4	3,95	4,82	21,8	-19,1	-17,8	-8,2	0,0	0,0	
5	4,87	6,15	26,2	-16,2	-21,8	-2,6	-4,4	0,0	

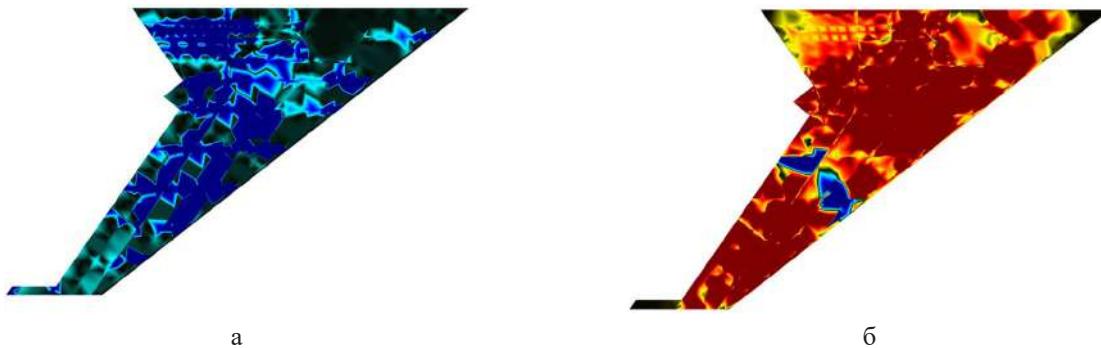


Рисунок 7. Распределения изменений узловых жесткостей в результате коррекции:  
а – по одному тону; б – по пяти тонам

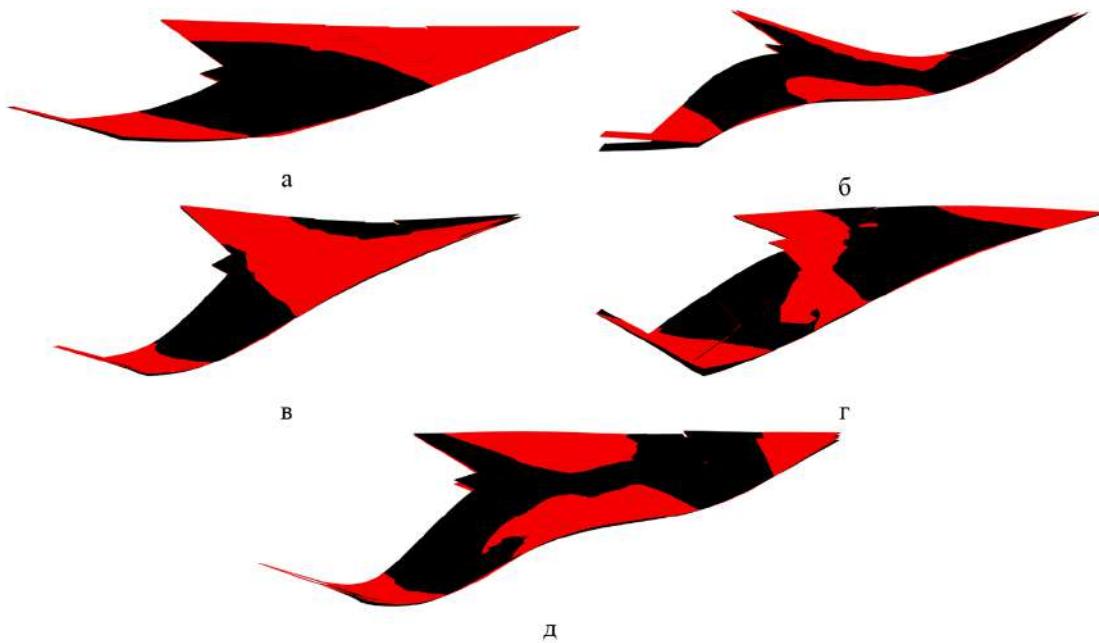


Рисунок 8. Первые пять форм колебаний консоли крыла до и после коррекции

нам колебаний показаны на рисунках 7а и 7б соответственно.

Формы колебаний до и после коррекции удовлетворительно коррелируют между собой по критерию модального соответствия. Сравнение первых пяти форм колебаний срединной поверхности крыла до (черным цветом) и после (красным цветом) коррекции приведено на рисунках 8а-8д.

#### 4.2. Коррекция расчетной модели самолета типа «летающее крыло»

Рассмотрим коррекцию расчётной модели самолета типа «летающее крыло». Для построения модели использована пластинчато-балочная схематизация элементов планера на основе метода полиномов. Такой подход обеспечивает возможность быстрой параметризации исследуемой модели для оценки ее модальных характеристик. Однако такая модель обладает невысокой степенью детализации, что приводит к расхождениям между расчетными и экспериментальными модальными характеристиками. Для минимизации

этих расхождений предлагается варьировать упругие параметры расчетных моделей без добавления корректирующих элементов, поскольку их число будет сопоставимо с числом элементов, образующих модель, и, как следствие, затруднит использование этой модели для последующих параметрических расчётов аэроупругости.

Целью коррекции в данном случае является изменение упругих характеристик модели таким образом, чтобы частоты и формы собственных колебаний были близки к экспериментальным с заданной точностью. При этом целевая функция записывается следующим образом:

$$F = \sum_{\ell=1}^L \left[ 1 - \frac{f_{\ell}}{f_{\ell}^*} \right]^2 + w \sum_{\ell=1}^L \left[ 1 - \text{MAC}(W_{\ell}, W_{\ell}^*) \right]^2 \rightarrow \min, \quad (15)$$

где  $w$  – весовой коэффициент влияния ошибок форм колебаний,  $f_{\ell}$  и  $f_{\ell}^*$  – текущие и целевые значения частот собственных колебаний соответственно.

но. Исходя из того, что точность определения частот на порядок превышает точность определения форм колебаний, полагаем  $w = 0.1$ .

Задача минимизации целевой функции (15) решается относительно следующих параметров коррекции:

- характеристик материалов ортотропных пластин: модулей упругости и сдвига;
- изгибных и крутильных жесткостей балок;
- жесткостей пружин, моделирующих опоры шасси и узлы навески агрегатов планера.

С целью улучшения сходимости вычислительной процедуры оптимизации характеристики разных типов перед коррекцией масштабируются таким образом, чтобы их максимальное значение не превышало единицы. При этом значения жесткостей пружин приводятся к логарифмическому масштабу, что обеспечивает их варьирование в широком диапазоне значений. Дополнительно устанавливаются допустимые пределы изменений значений корректируемых характеристик.

Для проведения модальных испытаний изделие устанавливалось на штатные шасси с приспущенными пневматиками. Схема расположения акселерометров представлена на рисунке 9.

В силу симметрии расчетной модели формы колебаний сравнивались только по датчикам, установленным на одну из половин ЛА. Коррекция была проведена в три этапа. На первом этапе корректировались твердотельные тона: перемещения и вращения относительно осей глобальной систе-

мы координат. В ходе этого этапа изменялись только жесткости опор. На следующем шаге достигалось соответствие тонов вращения органов управления посредством варьирования крутильных жесткостей удерживающих их пружин. На последнем этапе изменялись упругие характеристики балок и пластин так, чтобы достичь согласования по тонам, которые происходят с преимущественным деформированием элементов планера.

Особо отметим, что в силу необходимости задания разных полиномов для исследования симметричного и антисимметричного спектра модель была разделена на две части, которые корректировались независимо. Результаты коррекции симметричного и антисимметричного спектра расчетной модели приведены в таблицах 2 и 3. Распределения изменений некоторых физических характеристик модели, которые были получены для случая коррекции симметричного спектра, представлены на рисунке 10.

Вследствие изменения упругих характеристик меняются и формы колебаний. На рисунке 11 приведены формы колебаний, полученные экспериментально (черный цвет) и после коррекции расчетной модели (красный цвет).

Оперативная подготовка исходных данных для коррекции расчетных моделей ЛА производится с помощью комплекса программ, позволяющих проводить обработку и представление результатов модального анализа непосредственно в процессе испытаний.

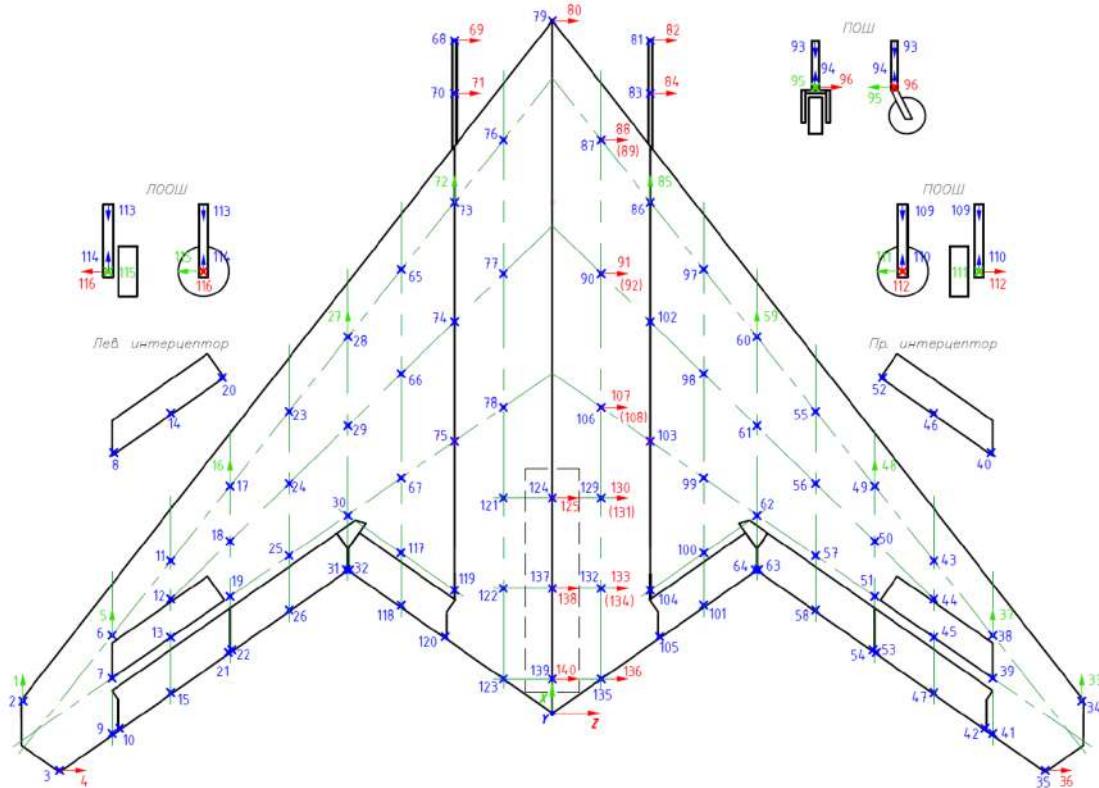


Рисунок 9. Схема установки акселерометров

Таблица 2

Результаты коррекции симметричного спектра

Тон	МАС	Относительная частота		Погрешность после коррекции, %	Примечание
		Эксперимент	После коррекции		
1	0,99	1,00	1,03	3,47	Колебания как твердого тела
2	0,96	1,84	1,81	-1,47	
3	0,97	2,31	2,36	2,25	
4	0,89	5,92	5,80	-1,99	
5	0,91	7,86	7,64	-2,75	
6	0,82	9,08	9,01	-0,68	
7	0,52	9,42	9,81	4,15	
8	0,99	10,18	10,23	0,48	
9	0,43	11,21	11,13	-0,76	
10	0,66	8,15	8,43	3,42	

Таблица 3

Результаты коррекции антисимметричного спектра

Тон	МАС	Относительная частота		Погрешность после коррекции, %	Примечание
		Эксперимент	После коррекции		
1	0,98	1,00	1,01	-0,69	Колебания как твердого тела
2	0,94	2,66	2,74	-3,02	
3	0,88	5,18	5,52	-6,15	
4	0,76	6,64	7,06	-5,99	
5	0,11	12,07	12,09	0,16	
6	0,61	6,88	6,53	5,39	
7	0,96	9,65	9,69	-0,41	
8	0,15	11,20	10,98	1,99	

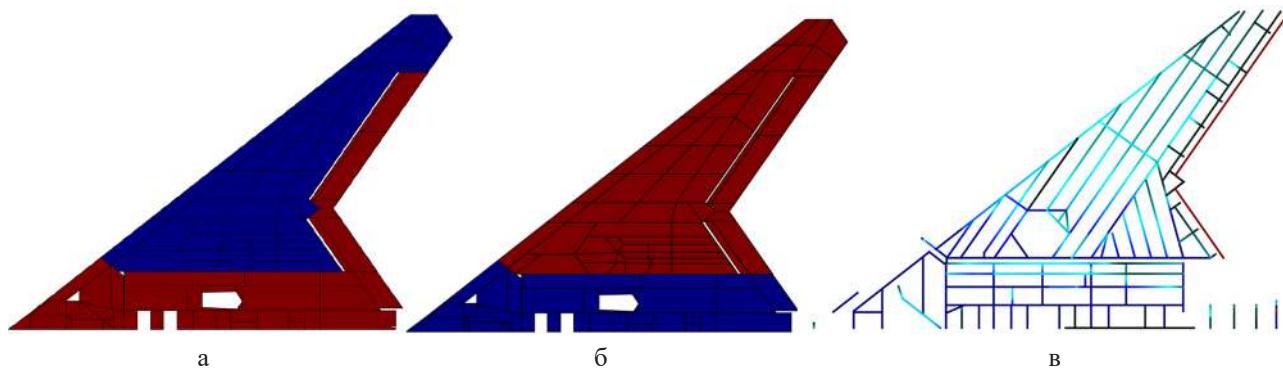


Рисунок 10. Изменения физических характеристик модели после коррекции:  
а – модулей упругости по первой главной оси; б – модулей упругости по второй главной оси;  
в – изгибных жесткостей балок

## Заключение

В статье изложены решения ряда задач многоплановой проблемы коррекции расчетных динамических моделей летательных аппаратов по результатам экспериментального модального анализа. Обоснован выбор методики модальных испытаний ЛА и осуществлена автоматизиро-

ванная обработка их результатов. Представлены методы коррекции упругих и восстановления диссипативных характеристик расчетных моделей, состоящие в дополнении исходных конечно-элементных моделей внутренними и внешними корректирующими элементами. Параметры этих элементов являются неизвестными, разыскиваемыми в ходе решения задачи

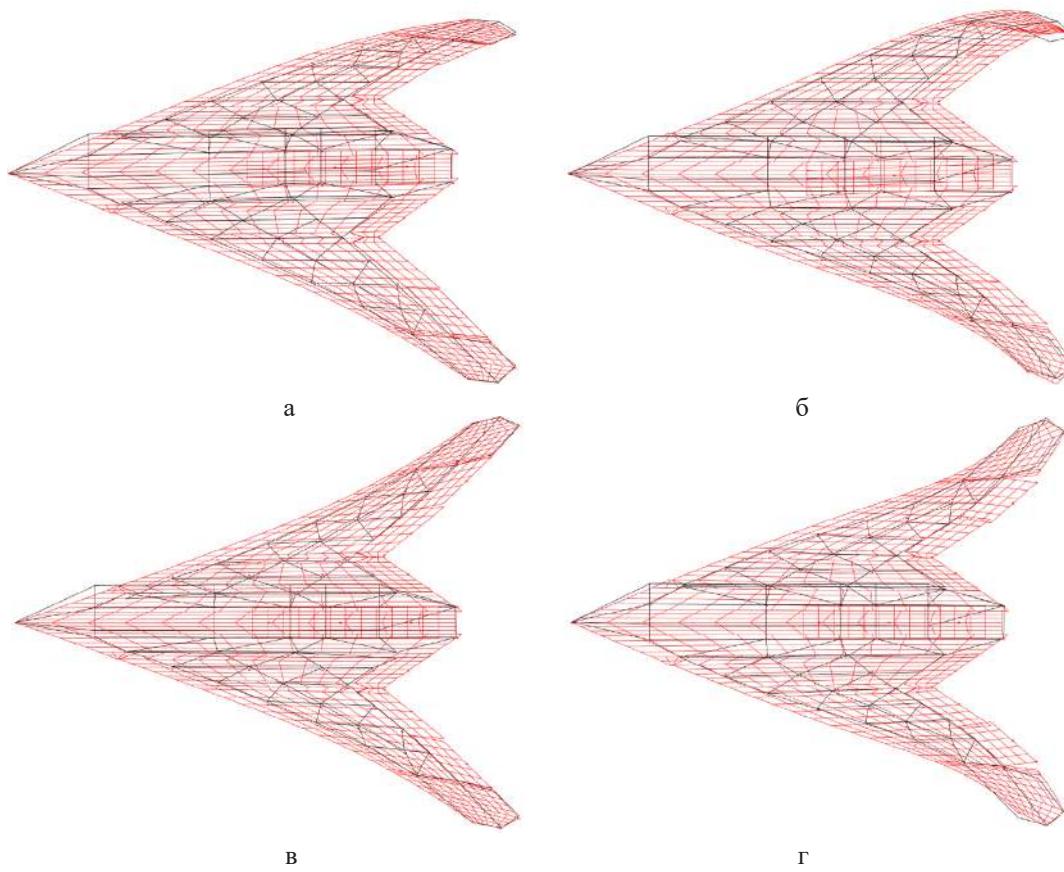


Рисунок 11. Сопоставление экспериментальных (черный цвет) и скорректированных форм колебаний модели (красный цвет): а – симметричный изгиб крыла I-го тона; б – симметричный изгиб крыла II-го тона; в – антисимметричный изгиб крыла I-го тона; г – антисимметричный изгиб крыла II-го тона

оптимизации по целевым значениям из результатов экспериментального модального анализа. Показана сходимость и устойчивость алгоритма коррекции упругих характеристик к погрешностям в целевых значениях частот собственных тонов колебаний. Критерием оценки сходимости являлась мера искажения форм собственных

колебаний по критерию модального соответствия. Эффективность разработанных методик и программного обеспечения подтверждена результатами решения практических задач коррекции расчетных моделей консоли крыла самолета и полноразмерного самолета типа «летающее крыло».

## Список литературы

- [1] Карклэ П.Г., Смыслов В.И. Модальные испытания летательных аппаратов и воспроизведение силовых воздействий. Москва: Техносфера, 2017. 156 с.
- [2] Межин В.С., Обухов В.В. Практика применения модальных испытаний для целей верификации конечно-элементных моделей конструкции изделий ракетно-космической техники // Космическая техника и технологии. 2014. № 1 (4). С. 86–91.
- [3] О современных методиках наземных испытаний самолетов в аэроупругости / П.Г. Карклэ, В.А. Малютин, О.С. Мамедов, В.Н. Поповский, А.В. Смотров, В.И. Смыслов // Труды ЦАГИ им. проф. Н.Е. Жуковского. 2012. № 2708. 34 с.
- [4] Dat R. Essais de vibration d'une structure comportant du frottement sec / R. Dat, R. Tretout, M. Lafont // La Recherche Aerospatiale. 1975. № 3. pp. 169–174.
- [5] Смыслов В.И. Некоторые вопросы методики многоточечного возбуждения при экспериментальном исследовании колебаний упругих конструкций // Ученые записки ЦАГИ. 1972. Т. 3, № 5. С. 110–118.
- [6] Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания. Москва: Новатест, 2010. 319 с.
- [7] Бернс В.А. Модальная идентификация динамических систем на основе монофазных колебаний // Научный вестник НГТУ. 2010. № 3 (40). С. 99–109.

- [8] Practical aspects of shaker measurements for modal testing / M. A. Peres, R. W. Bono, D. L. Brown // Proceedings of ISMA 2010 International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD 2010. Leuven, Belgium, 2010. pp. 2539–2550.
- [9] Advanced GVT testing of the Gulfstream G650 / R. Brillhart, K. Napolitano, L. Morgan, R. LeBlanc // Sound and Vibration. 2011. № 8. pp. 6–9.
- [10] Mottershead J. E. The sensitivity method in finite element model up-dating: A tutorial / J. E. Mottershead, M. Link, M. I. Friswell // Mechanical Systems and Signal Processing. 2011. Vol. 25. pp. 2275–2296.
- [11] Sensitivity-based finite element model updating with natural frequencies and zero frequencies for damped beam structures / C. H. Min, S. Hong, S. Y. Park, D. C. Park // International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering. 2014. Vol. 6 (4). pp. 904–921.
- [12] Hernandez E. M. Iterative finite element model updating in the time domain / E. M. Hernandez, D. Bernal // Mechanical Systems and Signal Processing. 2013. Vol. 34. pp. 39–46.
- [13] Chen L. Structural dynamic model updating based on multi-level weight coefficients / L. Chen, Y. Guo, L. Li // Applied Mathematical Modelling. 2019. Vol. 71. pp. 700–711.
- [14] Бернс В. А. Оценка точности определения характеристик собственных тонов при наличии случайных ошибок в экспериментальных данных // Вестник СибГАУ. 2010. № 5 (31). С. 208–212.
- [15] Бернс В. А. Погрешности определения характеристик собственных тонов при близких собственных частотах // Контроль. Диагностика. 2011. № 3 (153). С. 12–16.
- [16] Влияние системы упругого вывешивания на точность результатов модальных испытаний летательных аппаратов / В. А. Бернс, А. В. Долгополов, Е. П. Жуков, Д. А. Маринин // Вестник СГАУ им. С. П. Королева. 2016. Т. 15, № 1. С. 18–27.
- [17] Метод коррекции конечно-элементных моделей динамических систем / Д. А. Красноруцкий, П. А. Лакиза, В. А. Бернс, Е. П. Жуков // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2021. № 3. С. 84–95. DOI: 10.15593/perm.mech/ 2021.3.08.
- [18] Лакиза П. А. Коррекция расчетных моделей летательных аппаратов по результатам модальных испытаний: дисс. .... канд. техн. наук: 2.5.14. Новосибирский государственный технический университет, Новосибирск, 2023. 162 с.

## PROBLEMS OF FINITE ELEMENT MODEL UPDATING OF AIRCRAFT BASED ON GROUND VIBRATION TEST RESULTS

P.A. Lakiza, D.A. Krasnorutskiy,  
V.A. Berns, E.P. Zhukov, A.V. Shkoda  
S.A. Chaplygin Siberian Research Institute of Aviation  
Novosibirsk, Russian Federation  
PJSC «UAC «Sukhoi Design Bureau»  
Moscow, Russian Federation

*The paper addresses the issues occurring during updating of computational dynamic models of aircraft based on ground vibration test results. These include selection of modal testing methodology based on the analysis of ratio between forced monophase modes and eigenmodes. Structural damping properties can be identified from test results. It is worth noting that the errors in experimental determination of eigenfrequencies are significantly lower than the ones in general masses and damping coefficients. The method for updating elastic properties of finite element models is developed. The mass matrix is assumed to be accurately defined.*

*The objective function is a weighted sum of squares of differences between experimental and calculated eigenfrequencies. The objective function is minimized iteratively. The robustness of the approach with respect to errors in ground vibration test results is investigated. The approach to model structural damping properties based on ground vibration test results is presented. The damping coefficients are computed and chosen as the target ones for each experimentally determined eigenmode. That indicates that in modal coordinates the matrix which consists of these coefficients is diagonal. In order to construct the damping matrix in physical coordinates, the Rayleigh damping model is used. The finite element models of aircraft wing and the aircraft of flying wing type have been updated.*

**Keywords:** computational models of aircraft, ground vibration testing, finite element model updating, structural damping modeling, flying wing.

*Submitted: 22.05.2025. Accepted: 02.07.2025.*

## References

- [1] Karklje P.G., Smyslov V.I. Ground vibration testing of aircraft and reproduction of forces. Moscow: Technosphere, 2017, 156 p.
- [2] Mezhin V.S., Obukhov V.V. The practice of using modal tests to verify finite element models of rocket and space hardware. Space Engineering and Technology, 2014, no. 1, vol. 4, pp. 86–91
- [3] Karklje P.G., Maljutin V.A., Mamedov O.S., Popovskij V.N., Smotrov A.V., Smyslov V.I. Modern ground vibration testing methods for aeroelasticity, TsAGI Science Journal, 2012, no. 2708, 34 p.
- [4] Dat R., Tretout R., Lafont M. Essais de vibration d'une structure comportant du frottement sec. La Recherche Aerospatiale, 1975, no. 3, pp. 169–174.
- [5] Smyslov V.I. Some issues of the multipoint excitation technique in the experimental study of vibrations of elastic structures. TsAGI Science Journal, 1972, vol. 3, no. 5, pp. 110–118.
- [6] Heylen W., Lammens S., Sas P. Modal analysis: theory and testing. Leuven, 1998, 350 p.
- [7] Berns V.A. Modal identification of dynamic systems based on monophase oscillations. Scientific Bulletin of NSTU, 2010, vol. 40, no. 3, pp. 99–109.
- [8] Peres M.A., Bono R.W., Brown D.L. Practical aspects of shaker measurements for modal testing. Proceedings of International Conference on Noise and Vibration Engineering including USD 2010, Leuven, 2010, pp. 2539–2550.
- [9] Brillhart R., Napolitano K., Morgan L., LeBlanc R. Advanced GVT testing of the Gulfstream G650. Sound and Vibration, 2011, no. 8, pp. 6–9.
- [10] Mottershead J.E., Link M., Friswell M.I. The sensitivity method in finite element model up–dating: A tutorial. Mechanical Systems and Signal Processing, 2011, vol. 25, pp. 2275–2296.
- [11] Min C.H., Hong S., Park S.Y., Park D.C. Sensitivity–based finite element model updating with natural frequencies and zero frequencies for damped beam structures. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 2014, vol. 6 (4), pp. 904–921.
- [12] Hernandez E.M., Bernal D. Iterative finite element model updating in the time domain. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, vol. 34, pp. 39–46.
- [13] Chen L., Guo Y., Li L. Structural dynamic model updating based on multi–level weight coefficients. Applied Mathematical Modelling, 2019, vol. 71, pp. 700–711.
- [14] Berns V.A. Assessment of determination accuracy of eigentones characteristics in the presence of random errors in the experimental data. Vestnik Sibsa, 2010, vol. 31, no. 5, pp. 208–212.
- [15] Berns V.A. Errors in determining characteristics of natural modes at close natural frequencies. Testing. Diagnostics, 2011, vol. 153, no. 3, pp. 12–16.
- [16] Berns V.A., Dolgopolov A.V., Zhukov E.P., Marinin D.A. Influence of the suspension system on the accuracy of the aircraft modal testing results. Vestnik of Samara University, 2016, vol. 15, no. 1., pp. 18–27.
- [17] Krasnorutskiy D.A., Lakiza P.A., Berns V.A., Zhukov E.P. Finite Element Model Updating Method of Dynamic Systems. PNRPU Mechanics Bulletin, 2021, no. 3, pp. 84–95. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.08
- [18] Lakiza P.A. Korrekcija raschetnyh modelej letatel'nyh apparatov po rezul'tatam modal'nyh ispytanij [Finite element model updating of aircraft based on ground vibration test results]. Kand, Diss. Novosibirsk, 2023. 162 p.

## Сведения об авторах

*Лакиза Павел Анатольевич* – кандидат технических наук, старший научный сотрудник ФАУ «СибНИА им. С. А. Чаплыгина». Окончил Новосибирский государственный технический университет в 2020 году. Область научных интересов: динамика и прочность летательных аппаратов.

*Красноруцкий Дмитрий Александрович* – кандидат технических наук, доцент, старший научный сотрудник ФАУ «СибНИА им. С. А. Чаплыгина». Окончил Новосибирский государственный технический университет в 2008 году. Область научных интересов: динамика и прочность летательных аппаратов.

*Бернс Владимир Андреевич* – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник ФАУ «СибНИА им. С. А. Чаплыгина». Окончил Новосибирский электротехнический институт в 1975 году. Область научных интересов: динамика и прочность летательных аппаратов.

*Жуков Егор Павлович* – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник ФАУ «СибНИА им. С. А. Чаплыгина». Окончил Новосибирский государственный технический университет в 2014 году. Область научных интересов: динамика и прочность летательных аппаратов.

*Шкода Александр Васильевич* – главный конструктор по прочности ПАО «Объединённая авиастроительная корпорация «Опытно-конструкторское бюро Сухого». Окончил Московский авиационный институт в 1993 году. Область научных интересов: динамика и прочность авиационной техники.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАЗРУШАЮЩЕЙ НАГРУЗКИ ПЛАСТИН С ОТВЕРСТИЕМ

Е. И. Романенко<sup>1, 2✉</sup>, И. А. Банщикова<sup>2, 3</sup>, А. Н. Пель<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Сибирский научно-исследовательский институт авиации  
им. С. А. Чаплыгина

<sup>2</sup>Новосибирский государственный технический университет  
г. Новосибирск, Российская Федерация

<sup>3</sup>Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН  
г. Новосибирск, Российская Федерация

*Определение разрушающей нагрузки авиационных деталей – важнейший аспект проектирования и эксплуатации воздушных судов. От прочностных характеристик материалов и конструкций напрямую зависит безопасность полетов, долговечность компонентов и экономическая эффективность эксплуатации. В связи с этим рассмотрена проблема численного и аналитического расчета разрушающей нагрузки. Разработана программа, реализующая алгоритм определения разрушающей нагрузки с использованием метода конечных элементов в пакете Ansys. Валидация алгоритма выполнена на пластинах с круглым отверстием. Исследованы однородные пластины, изготовленные из сплавов Д16Т и В95, а также комбинированные образцы, состоящие из двух пластин, одна из которых изготовлена из сплава Д16Т, а вторая из сплава В95. В комбинированных образцах в растягиваемой области, где пластины соприкасаются, полагается, что трение, возникающее между их поверхностями, слабо влияет на результаты решения, то есть отсутствует задание каких-либо условий контакта. В области захватов пластины сильно прижимаются друг к другу и жестко фиксируются в захватывающих устройствах. В расчетах используются упругопластические параметры материалов, определенные из испытаний на растяжение гладких образцов без отверстий. Получено удовлетворительное совпадение экспериментальных данных с результатами расчета.*

**Ключевые слова:** разрушающая нагрузка, пластина, круглое отверстие, метод конечных элементов, пластичность, конструкционные сплавы, испытания на растяжение.

*Поступила в редакцию: 29.01.2025. Принята к печати: 02.07.2025.*

### Введение

В авиастроении знание точных значений разрушающей нагрузки деталей играет ключевую роль в обеспечении надежности и безопасности полетов. Подтверждения лётной годности летательных аппаратов согласно авиационным правилам [1, 2] необходимо проводить по разрушающим нагрузкам. Существуют различные теоретические и численные подходы к их определению [3–9]. Общепринятые прочностные расчёты авиационных конструкций с использованием конечно-элементных пакетов, как правило, проводятся в пределах упругих деформа-

ций и не предполагают определение разрушающих нагрузок. Их определение представляется возможным только после испытаний натурных конструкций самолета до разрушения, что является очень затратным и трудоемким процессом. На данный момент не существует общепринятых методов и алгоритмов для определения разрушающей нагрузки с помощью метода конечных элементов, хотя современные пакеты предоставляют возможность проведения расчётов с учётом физической и геометрической нелинейности. В авиастроении часто применяются силовые элементы, выполненные из материалов с существенно разными прочностными свойствами, например стрингер из материала В95 и обшивка из Д16Т. Расчет на прочность по разрушающим нагрузкам таких конструкций является актуальной

проблемой. В данной работе экспериментальные разрушающие нагрузки, полученные для однородных и комбинированных образцов с круглыми отверстиями, сравниваются с аналитическими оценками и с результатами расчета методом конечных элементов в пакете Ansys, найденными с учетом работы материала в области пластических деформаций.

## 1. Описание экспериментов и постановка задач

Рассматриваются две задачи определения разрушающей нагрузки. В первом случае одноосному растяжению подвергается изготовленная из авиационного сплава пластина, имеющая в середине круглое отверстие. На рисунке 1а введены следующие обозначения:  $L$  – длина пластины,  $b$  – ширина пластины,  $h$  – толщина пластины,  $d$  – диаметр отверстия. На рисунке 1б представлены образцы для экспериментов. Были выбраны широко распространенные в авиационной практике алюминиевые сплавы – Д16Т и В95. На рисунке 2 изображен фрагмент испытания пластины с отверстием на разрывной машине.

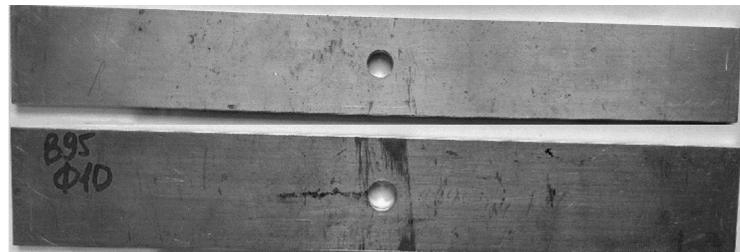
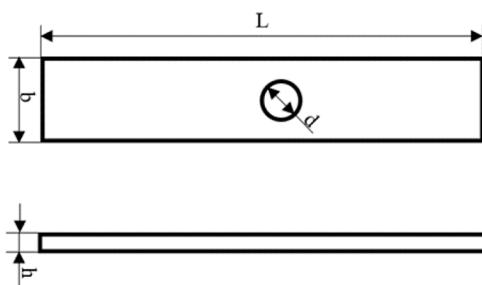


Рисунок 1. Характерные размеры образцов (а), образцы с отверстием из Д16Т и В95 сверху и снизу соответственно (б)

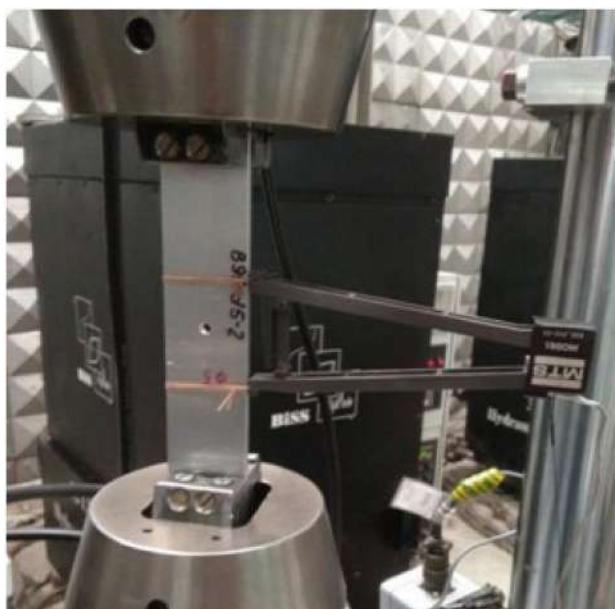


Рисунок 2. Фрагмент испытания пластины с отверстием на разрывной машине



Рисунок 3. Испытанный комбинированный образец после разрушения с фронтальной и тыловой сторон

Во втором случае одноосному растяжению вплоть до разрушения были подвержены комбинированные образцы, состоящие из двух пластин (одна пластина из сплава Д16Т, а вторая – из сплава В95), в каждой из которых имеется круглое отверстие. В комбинированных образцах в растягиваемой области, где пластины соприкасаются, полагается, что трение, возникающее между их поверхностями, слабо влияет на результаты испытаний, то есть отсутствует задание каких-либо условий контакта. В области захватов пластины склеиваются друг с другом и жестко фиксируются в захватывающих устройствах. На рисунке 3 показан испытанный комбинированный образец после разрушения с фронтальной и тыловой сторон. Под разрушением образца подразумевается его разделение на части.

Для определения разрушающей нагрузки необходим учет свойств пластичности материалов. Для их определения из испытаний на растяжение были изготовлены гладкие образцы [10], показанные на рисунке 4.

Условные и истинные диаграммы растяжения показаны на рисунке 5. После обработки этих

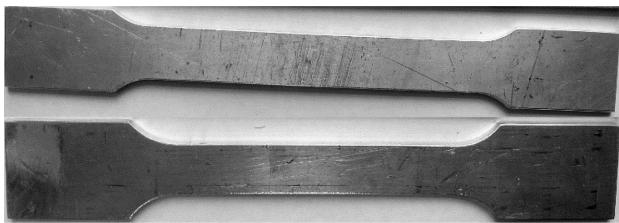
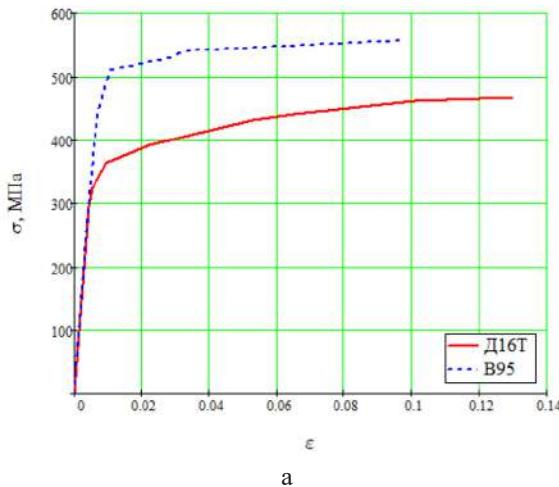
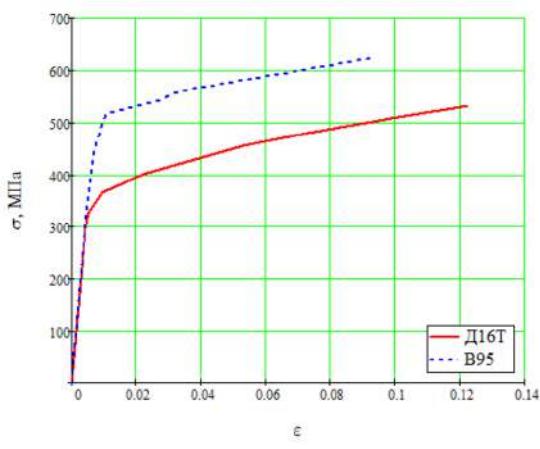


Рисунок 4. Гладкие образцы из Д16Т (сверху) и В95 (снизу)



а



б

Рисунок 5. Условные (а) и истинные (б) диаграммы растяжения

диаграмм для сплавов Д16Т и В95 получены следующие параметры материалов соответственно: предел текучести  $\sigma_{T1} = 366$  МПа,  $\sigma_{T2} = 512$  МПа; предел прочности  $\sigma_{B1} = 531$  МПа,  $\sigma_{B2} = 623$  МПа; модуль Юнга  $E_1 = 7300$  МПа,  $E_2 = 7000$  МПа.

## 2. Методы расчета

Для расчета разрушающей нагрузки рассмотрено два подхода:

- аналитическая оценка на основе модели идеально-пластического материала;
- разработанный алгоритм численного расчета с использованием метода конечных элементов.

### 2.1. Оценка разрушающей нагрузки на основе модели идеально-пластического материала

Рассмотрим имеющий широкое практическое значение подход определения предельных нагрузок конструкций на основе модели идеальной пластичности [11–13]. Направим ось  $x$  вдоль длины  $L$  образца, ось  $y$  вдоль ширины  $b$ , ось  $z$  вдоль толщины  $h$  (рисунок 1). Совместим начало координат с центром отверстия. Полагаем, что при растяжении силой  $P$  вдоль оси  $x$  в пластине реализуется состояние плоской деформации  $\varepsilon_z = 0$ . Для однородного образца с отверстием на основе подхода о статически возможном состоянии из уравнения равновесия для величины предельной нагрузки в [11] получено:

$$P_B = 2\tau_T(b-d)h, \quad (1)$$

где в качестве касательного напряжения  $\tau_T$  можно принять  $\sigma_T / \sqrt{3}$  при использовании условия текучести Хубера–Мизеса или  $\sigma_T / 2$  при использовании условия Треска–Сен–Венана. Так как в дальнейшем предполагается сравнение аналитического решения с результатами расчета, полученными в Ansys, то для вычисления предельной нагрузки будем использовать условие Хубера–Мизеса.

Используя аналогичный подход, найдем предельную нагрузку  $P_B$  для комбинированных образцов. Так как полагается, что трение, возникающее между поверхностями пластин в растягиваемой области, отсутствует и в области захватов пластины жестко фиксируются в захватывающих устройствах, то для комбинированного образца можно записать

$$P = \sigma_{x1}(b_1 - d_1)h_1 + \sigma_{x2}(b_2 - d_2)h_2. \quad (2)$$

Здесь  $\sigma_x$  напряжение в направлении оси  $x$  в полосках пластин  $-b_i/2 \leq y \leq -d_i/2$ ,  $d_i/2 \leq y \leq b_i/2$ , ( $i = 1, 2$ ); нижние индексы 1 и 2 относятся к первой и второй пластине комбинированного образца. Из условия для деформаций  $\varepsilon_{x1} = \varepsilon_{x2}$  при небольшой нагрузке, когда обе пластины деформируются упруго, можно записать

$$\frac{\sigma_{x1}}{E_1} = \frac{\sigma_{x2}}{E_2}. \quad (3)$$

Выражая из (2), (3) напряжения, находим

$$\sigma_{x1} = P / \left[ (b_1 - d_1)h_1 + \frac{E_2}{E_1}(b_2 - d_2)h_2 \right],$$

$$\sigma_{x2} = P / \left[ \frac{E_1}{E_2}(b_1 - d_1)h_1 + (b_2 - d_2)h_2 \right].$$

С учетом условия Хубера–Мизеса [11]  $\sigma_{x1} \leq 2\sigma_{T1} / \sqrt{3}$ ,  $\sigma_{x2} \leq 2\sigma_{T2} / \sqrt{3}$  определяем величины нагрузок  $P_{T1}$ ,  $P_{T2}$ , необходимых для достижения

состояния пластичности в первой и второй пластинах соответственно. Из условия  $P_T = \min(P_{T1}, P_{T2})$  находим пластину, в которой состояние текучести наступает быстрее всего. Если предположить, что это первая пластина, тогда из (2) для нагрузки  $P$  при  $P_T \leq P \leq P_B$  следует

$$P = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{T1} (b_1 - d_1) h_1 + \sigma_{x2} (b_2 - d_2) h_2. \quad (4)$$

Определяя из (4) напряжение во второй пластине, с учетом условия Хубера–Мизеса  $\sigma_{x2} \leq 2\sigma_{T2} / \sqrt{3}$  находим нагрузку, при которой наступает состояние пластичности во второй пластине

$$P_B = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{T1} (b_1 - d_1) h_1 + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_{T2} (b_2 - d_2) h_2. \quad (5)$$

Очевидно, что выражение для предельной нагрузки (5) не зависит от того, в какой из пластин состояние текучести наступит быстрее всего.

## 2.2. Описание алгоритма для расчета методом конечных элементов

Данный алгоритм определения разрушающей нагрузки описывает процесс численного моделирования, который используется для оценки предельной несущей способности конструкции с помощью конечно-элементного анализа. Далее перечислены основные шаги алгоритма.

– *Построение конечно-элементной модели (КЭМ)*. Создается численная модель конструкции, которая воспроизводит ее геометрию, свойства материалов и условия закрепления. Важно учитывать реальные условия нагружения, такие как точки приложения нагрузки и направления усилий.

– *Применение нагрузки в виде управляемого перемещения*. Вместо того чтобы прикладывать нагрузку в виде силы, конструкция нагружается путем задания перемещения в точке приложения нагрузки. Это делается в направлении предполагаемого внешнего воздействия.

– *Расчет реакции в опорах*. По мере увеличения перемещения вычисляются реакции (усилия) в местах закрепления конструкции. Эти реакции являются функцией приложенного перемещения и указывают на сопротивление конструкции внешним воздействиям.

– *Постепенное увеличение перемещения*. Перемещение увеличивается пошагово, и на каждом шаге анализируется изменение реакций.

– *Определение момента разрушения*. Когда конструкция достигает предела несущей способности, реакции перестают возрастать и начинают стабилизироваться или снижаться. Максимальное значение реакции перед началом стабилизации или снижения принимается за разрушающую нагрузку, так как это точка, в которой конструкция больше не может воспринимать дополнительные

нагрузки и начинает разрушаться или терять несущую способность.

Переходя к практическому значению, можно говорить о том, что этот алгоритм имитирует реальное разрушение конструкции, постепенно «нагружая» ее и анализируя, при каком уровне нагрузки она перестанет сопротивляться.

Блок-схема алгоритма представлена на рисунке 6.



Рисунок 6. Блок-схема алгоритма

Алгоритм по определению разрушающей нагрузки подразумевает использование полной диаграммы деформирования материала (рисунок 5б), а также учёт большого перемещения конструкции. Для моделирования пластичности использована модель полилинейного кинематического упрочнения.

Алгоритм был реализован в универсальной программе конечно-элементного анализа ANSYS Mechanical. Для автоматического определения разрушающей нагрузки был написан программный алгоритм действий (макрос) на языке параметрического проектирования ANSYS APDL (ANSYS Parametric Design Language).

Численные расчеты пластин проводились с использованием объёмного элемента второго порядка гексаэдральной формы SOLID186. Решалась симметричная задача в трехмерной постановке. Конечно-элементная модель представлена на рисунке 7. В силу симметрии рассматривалась четверть пластины, перемещение прикладывалось к правой грани четверти пластины. Линия контура четверти отверстия разбита на 50 элементов.

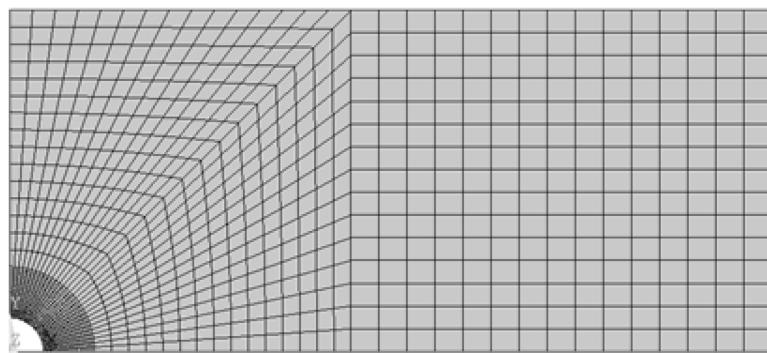


Рисунок 7. Конечно-элементная модель четверти пластины

С целью определения оптимального размера конечного элемента проведено исследование влияния количества элементов на линии контура четверти отверстия на значение численной разрушающей нагрузки.

Из рисунка 8 видно, что при количестве элементов на линии контура, равном 80, разрушающая нагрузка прекращает изменяться, именно это значение взято для вычисления всех разрушающих нагрузок.

### 3. Результаты и их обсуждение

Для эксперимента были подготовлены четыре типа образцов, каждый тип был представлен четырьмя экземплярами, итого 16 образцов. Испытания проводились до разрушения для определения разрушающей нагрузки. В таблице 1 приведены размеры однородных пластин с концентратом напряжения в виде отверстий в середине пластины.

После испытаний были получены максимальные приложенные нагрузки к образцам  $P_1$ – $P_4$ .

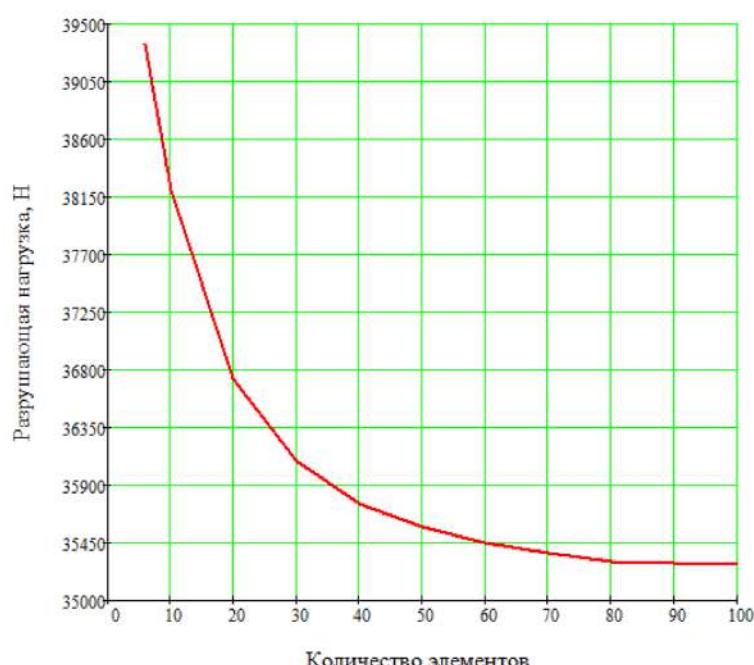


Рисунок 8. График зависимости разрушающей нагрузки от количества элементов

Таблица 1

Геометрические размеры образцов с отверстием

№	Материал	<i>L</i> , мм	<i>b</i> , мм	<i>h</i> , мм	<i>d</i> , мм
1	Д16Т	90	30.2	2.8	4
2	Д16Т	90	30.2	2.8	8
3	В95	90	40.3	3.8	5
4	В95	90	40.3	3.8	10

Таблица 2

Значения экспериментальных разрушающих нагрузок образцов с отверстием и статистических параметров

№	<i>P</i> <sub>1</sub> , Н	<i>P</i> <sub>2</sub> , Н	<i>P</i> <sub>3</sub> , Н	<i>P</i> <sub>4</sub> , Н	$\bar{P}$ , Н	<i>s</i> , Н	<i>v</i>
1	33693	33485	35600	36022	34700	1297	0.037
2	30201	27648	28800	31351	29500	1616	0.055
3	72230	78471	79878	75021	76400	3448	0.045
4	63422	67840	64318	65900	65370	1939	0.029

Таблица 3

Разрушающие нагрузки для пластин с отверстием

№, мм	Материал	<i>P</i> <sub>ex</sub> , Н	<i>P</i> <sub>C1</sub> , Н	$\Delta_1$	<i>P</i> <sub>C2</sub> , Н	$\Delta_2$
1	Д16Т	34700	35084	1.1	31173	10.16
2	Д16Т	29500	29567	0.22	26414	10.46
3	В95	76400	77067	0.87	69865	8.55
4	В95	65370	66130	1.16	59962	8.27

В таблице 2 представлены полученные нагрузки и рассчитанные статистические параметры обработки экспериментальных данных [14], таких как:

$P$  – среднее значение разрушающей нагрузки

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i}{n}, \quad (6)$$

*s* – среднеквадратичное отклонение,

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2}{n-1}}, \quad (7)$$

*v* – коэффициент вариации

$$v = \frac{s}{\bar{P}}. \quad (8)$$

Проанализировав полученные данные коэффициента вариации, который показывает относительную изменчивость нагрузок, можно судить о том, что данные слабо отклоняются от среднего значения, так как во всех случаях верно неравенство *v* < 0.1. Таким образом, для последующего анализа использовано среднее значение разрушающей нагрузки, так как оно дает наиболее объективную оценку по данным испытаний.

В таблице 3 приведены полученные экспериментальные разрушающие нагрузки *P*<sub>ex</sub>, разрушающие нагрузки *P*<sub>C1</sub>, вычисленные методом конечных элементов, и нагрузки *P*<sub>C2</sub>, рассчитанные согласно (1), а также относительная разница экспериментальных и численных разрушающих нагрузок  $\Delta_1$  и относительная разница экспериментальных и аналитических разрушающих нагрузок  $\Delta_2$ , рассчитанные по формуле:

$$\Delta_i = \left| \frac{P_{ex} - P_{Ci}}{P_{ex}} \right| \cdot 100 \%, \quad (i=1,2). \quad (9)$$

На рисунках 9–10 показаны графики возникающей в заделке реакции в зависимости от заданного перемещения в точке приложения нагрузки для образцов № 1–4, полученной в ходе работы алгоритма определения разрушающей нагрузки.

Аналогичные результаты получены для комбинированных образцов. В таблице 4 приведены геометрические размеры комбинированных образцов. Были рассмотрены два типа образцов:

– первый – пластина из материала В95 с диаметром отверстия 5 мм, совместно работающая с пластиной из материала Д16Т с диаметром отверстия 4 мм;

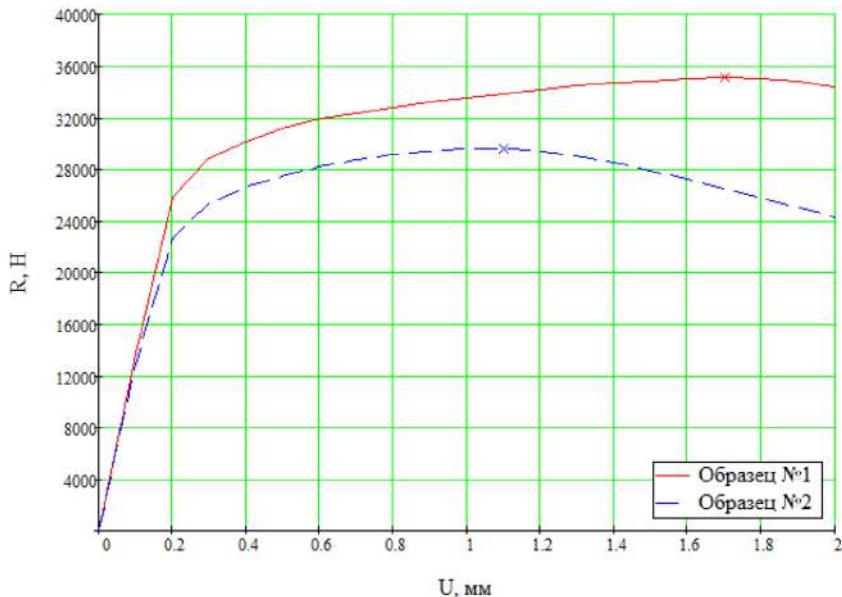


Рисунок 9. График зависимости реакции от приложенного перемещения для образцов № 1 и № 2 из сплава Д16Т

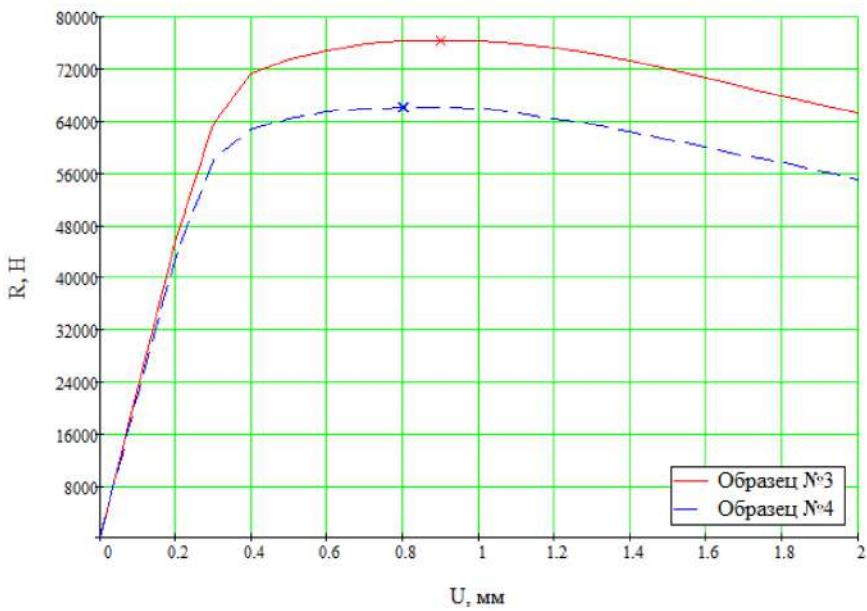


Рисунок 10. График зависимости реакции от приложенного перемещения для образцов № 3 и № 4 из сплава В95

– второй – пластина из материала В95 с диаметром отверстия 10 мм, совместно работающая с пластиной из материала Д16Т с диаметром отверстия 4 мм.

В эксперименте испытаны по одному экземпляру каждого типа комбинированных образцов.

В таблице 5 проведено сравнение значений разрушающих нагрузок, полученных экспериментальным и численным путем:  $P_{C1}$  – методом конечных элементов,  $P_{C2}$  – согласно (5).

На рисунке 11 изображены изолинии интенсивности напряжений для комбинированного образца № 1 при  $P_C = 107458$  Н, близкой к  $P_{C1}$ , приведенной в таблице 5.

Анализ таблиц 3 и 5 показывает, что значения разрушающей нагрузки для пластин с отверстиями, вычисленные с использованием алгоритма сходимости возникающей реакции в заделке, удовлетворительно согласуются с экспериментальными значениями. Разработанный алгоритм можно рекомендовать к использованию для конструкций сложной формы, для которых получение аналитических решений затруднено.

## Заключение

Выполнена разработка алгоритма определения разрушающей нагрузки с использованием мето-

Таблица 4

Геометрические размеры комбинированных образцов

Тип образца	Материал	<i>L</i> , мм	<i>b</i> , мм	<i>h</i> , мм	<i>d</i> , мм
1	В95	90	40.3	3.8	5
	Д16	90	30.2	2.9	4
2	В95	90	40.3	3.8	10
	Д16	90	30.2	2.9	4

Таблица 5

Разрушающие нагрузки для комбинированных образцов

Тип образца	Материал	<i>d</i> , мм	<i>P<sub>ex</sub></i> , Н	<i>P<sub>C1</sub></i> , Н	$\Delta_1$	<i>P<sub>C2</sub></i> , Н	$\Delta_2$
1	В95	5	108600	111563	2.73	102142	5.95
	Д16	4					
2	В95	10	97580	100025	2.5	92248	5.46
	Д16	4					

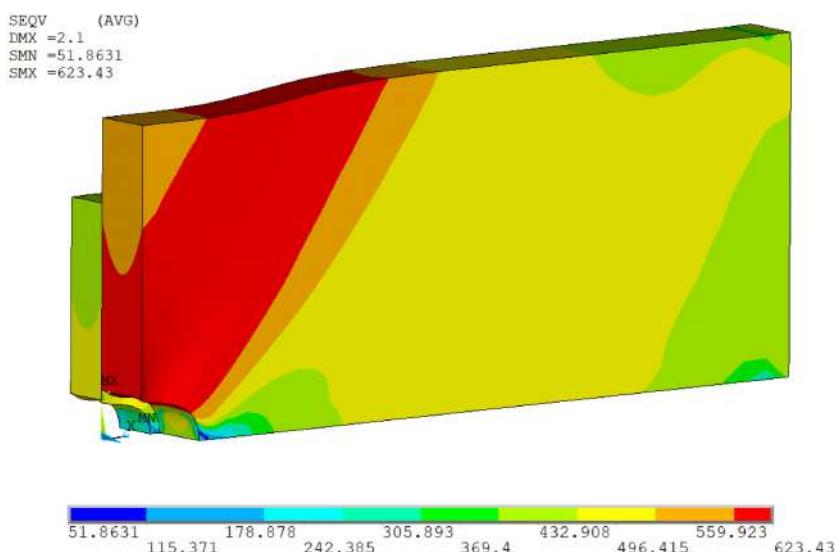


Рисунок 11. Интенсивность напряжений по Мизесу, МПа

да конечных элементов. Изготовлены и испытаны на растяжение на разрывной машине вплоть до разрушения различные натурные конструкции: пластины с круглым отверстием, а также комбинированные образцы, состоящие из двух пластин из разных сплавов, в каждой из которых имеется отверстие. Определены их разрушающие нагрузки. Из испытаний на растяжение гладких образцов построены условные и истинные диаграммы деформирования. Сравнение экспериментальных данных с результатами численных расчетов на основе разработанного алгоритма показало, что для образцов с отверстием различие разрушающей нагрузки составляет не более 2 %. Предельная нагруз-

ка, вычисленная с использованием модели идеального пластического материала в условиях плоской деформации, оказалась на 10 % ниже экспериментальной разрушающей нагрузки, поскольку расчет по модели идеальной пластичности не учитывает эффект упрочнения материала. Для комбинированных образцов это различие составило порядка 3 и 6 % соответственно. Удовлетворительное соответствие экспериментальных данных результатам расчетов позволяет говорить о том, что разработанный на основе метода конечных элементов алгоритм дает возможность находить достоверные разрушающие нагрузки без необходимости проведения натурных испытаний.

## Список литературы

- [1] Нормы летной годности гражданских легких самолетов: Авиационные правила, часть 23. СПб: ООО "СЗ РЦАИ", 2021.

- [2] Стригунов В. М. Расчет самолета на прочность: учебник для авиационных вузов. М.: Машиностроение, 1984. 376 с.
- [3] Леган М. А. Определение разрушающей нагрузки, места и направления разрыва с помощью градиентного подхода // Прикладная механика и техническая физика. 1994. Т. 35. № 5 (207). С. 117–124.
- [4] Сойкин Б. М. К расчету разрушающей нагрузки в цилиндрической оболочке, деформируемой нормальной силой, распределенной по площади круга // Альманах современной науки и образования. 2013. № 3 (70). С. 169–171.
- [5] Коробко А. В., Прокуров М. Ю. Определение разрушающих нагрузок для шарнирно и свободно опёртых по контуру пластинок, нагруженных сосредоточенной силой в центре, путём геометрического моделирования их формы // Вестник Брянского государственного технического университета. 2013. № 4 (40). С. 122–128.
- [6] Цепенников М. В., Повышев И. А., Сметанников О. Ю. Верификация численной методики расчета разрушения конструкций из композиционных материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Прикладная математика и механика. 2012. № 10. С. 225–241.
- [7] Гришин В. И., Глебова М. А., Дударьков Ю. И., Левченко Е. А., Лимонин М. В. Анализ прочности силовых элементов и металло-композитных соединений конструкции летательного аппарата // Космические аппараты и технологии. 2020. Т. 4. № 4 (34). С. 191–200.
- [8] Котельников А. А., Натаров А. С. Исследование распределения напряжений, возникающих при нагружении, в сварных соединениях методом конечных элементов // Известия Юго-Западного государственного университета. 2019. Т. 23. № 4. С. 19–30.
- [9] Банщикова И. А., Растрогуев Г. И. Комплекс ANSYS: нелинейный прочностной анализ конструкций: учебное пособие. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2015. 94 с.
- [10] ГОСТ 1497–84 Металлы. Методы испытаний на растяжение – ВЗАМЕН ГОСТ 1497–73: Москва, 2005.
- [11] Малинин Н. Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. М.: Машиностроение, 1975.
- [12] Ивлев Д. Д., Ишлинский А. Ю. Статически определимые соотношения теории пластичности и предельное состояние и разрушение тел // Изв. РАН МТТ. 2003. № 3. С. 84–89.
- [13] Ивлев Д. Д., Максимова Л. А., Непершин Р. И., Радаев Ю. Н., Сенашов С. И. Предельное состояние деформированных тел и горных пород. М.: Физматлит, 2008.
- [14] Степнов М. Н., Шаврин А. В. Статистические методы обработки результатов механических испытаний. Справочник. М.: Машиностроение, 2005.

## DETERMINATION OF BREAKING LOAD OF PLATES WITH HOLE

E. I. Romanenko<sup>1, 2</sup>, I. A. Banshchikova<sup>2, 3</sup>, A. N. Pel<sup>2</sup>

<sup>1</sup>S. A. Chaplygin Siberian Research Institute of Aviation  
Novosibirsk, Russian Federation

<sup>2</sup>Novosibirsk State Technical University  
Novosibirsk, Russian Federation

<sup>3</sup>Lavrentyev Institute of Hydrodynamics SB RAS  
Novosibirsk, Russian Federation

*Determining the failure load of aircraft components is a critical aspect of aircraft design and operation. Flight safety, component durability and economic efficiency of operation directly depend on the strength characteristics of materials and structures. In this connection, the problem of numerical and analytical calculation of destructive load is considered. The program implementing the algorithm of destructive load determination using the finite element method in Ansys package has been developed. Validation of the algorithm is performed on plates with a circular hole. Homogeneous plates made of D 16T and B 95 alloys, as well as combined specimens consisting of two plates, one of which is made of D 16T alloy and the other of B 95 alloy, were investigated. In the combined specimens, in the tensile region where the plates are in contact, it is assumed that the friction occurring between their surfaces has little effect on the solution results, i.e., there is no assignment of any contact conditions. In the gripping region,*

*the plates are strongly pressed against each other and rigidly fixed in the gripping devices. The elastic-plastic parameters of the materials determined from tensile tests of smooth specimens without holes are used in the calculations. A satisfactory agreement between the experimental data and the calculation results is obtained.*

**Keywords:** *breaking load, plate, round hole, finite element method, plasticity, structural alloys, tensile tests.*

*Submitted: 29.01.2025. Accepted: 02.07.2025.*

## References

110

- [1] Civil Light Aircraft Airworthiness Standards: Aviation Regulations, Part 23. SPb: LLC "NW RCAI", 2021.
- [2] Strigunov V.M. Airplane Strength Calculation: Textbook for Aviation Universities. Moscow: Mashinostroenie, 1984. 376 p.
- [3] Legan M.A. Determination of Fracture Load, Place and Direction of Rupture by Gradient Approach // Applied Mechanics and Technical Physics. 1994. vol. 35. no. 5 (207). pp. 117–124.
- [4] Soykin B. M. To calculation of destructive load in a cylindrical shell deformed by a normal force distributed over the area of a circle // Almanac of Modern Science and Education. 2013. no. 3 (70). pp. 169–171.
- [5] Korobko A.V., Prokurov M. Yu. Determination of the breaking loads for the articulated and freely supported plates loaded by the concentrated force in the center by geometrical modeling of their shape // Bulletin of Bryansk State Technical University. 2013. no. 4 (40). pp. 122–128.
- [6] Tsepennikov M.V., Povyshev I.A., Smetannikov O. Yu. Verification of the numerical methodology for calculation of the fracture of the composite materials structures (in Russian) // Vestnik of Perm National Research Polytechnic University. Applied mathematics and mechanics. 2012. no. 10. pp. 225–241.
- [7] Grishin V.I., Glebova M.A., Dudarkov Yu.I., Levchenko E.A., Limonin M. V. Strength Analysis of Power Elements and Metal-Composite Joints of the Aircraft Structure // Space Vehicles and Technologies. 2020. vol. 4. no. 4 (34). pp. 191–200.
- [8] Kotelnikov A.A., Natarov A. S. Investigation of stress distribution arising under loading in welded joints by the finite element method // Izvestia South-West State University. 2019; vol. 23. no. 4. pp.19–30.
- [9] Banshchikova I.A., Rastorguev G.I. Complex ANSYS: nonlinear strength analysis of structures: textbook. Novosibirsk: NSTU Publishing House, 2015. 94 p.
- [10] GOST 1497–84 Metals. Methods of tensile testing – Vzamen GOST 1497–73: Moscow, 2005.
- [11] Malinin N. N. Applied theory of plasticity and creep. Moscow: Mashinostroenie, 1975.
- [12] Ivlev D.D., Ishlinsky A. Yu. Statically Determined Relations of Plasticity Theory and Limiting State and Fracture of Bodies // Izv. RAS MTT. 2003. no. 3. pp. 84–89.
- [13] Ivlev D.D., Maksimova L.A., Nepershin R. I. Radaev Y.N. Senashov S.I. Limiting State of Deformed Bodies and Rocks. M. Fizmatlit. 2008.
- [14] Stepnov M.N., Shavrin A. V. Statistical methods of processing the results of mechanical tests. Reference book. Moscow: Mashinostroenie, 2005.

## Сведения об авторах

*Романенко Евгений Игоревич* – аспирант кафедры ПЛА, НГТУ, инженер II категории ФАУ «СибНИА им. С.А. Чаплыгина». Окончил НГТУ в 2022 году, квалификация магистр. Область научных интересов: численное определение предельного состояния авиационных конструкций.

*Баникова Инна Анатольевна* – доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории статической прочности Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН; профессор кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного технического университета. Область научных интересов: деформирование элементов конструкций из ортотропных материалов в условиях пластичности и ползучести; длительная прочность.

*Пель Александр Николаевич* – кандидат технических наук, доцент кафедры прочности летательных аппаратов Новосибирского государственного университета. Область научных интересов: испытания материалов и конструкций в различных условиях нагружения, расчет на прочность тонкостенных конструкций.

## ПЕРСПЕКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННОЙ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ СИНХРОНИЗАЦИИ ГЛОНАСС

А. В. Денисов✉

АО «Северо-Западный региональный центр Концерна ВКО  
«Алмаз-Антей» – Обуховский завод»  
г. Санкт-Петербург, Российская Федерация

С целью повышения точности прогнозирования временной информации в системах синхронизации (эта точность, в свою очередь, зависит от математической модели, описывающей уход шкалы времени, и от точности оценок её параметров) предлагается обрабатывать временную информацию с помощью двухшагового алгоритма. На первом шаге, с целью нахождения тренда в классе линейно или параболически изменяющихся функций, используется метод максимального правдоподобия, который может быть реализован с учётом апостериорной вероятности. На втором шаге, после выделения тренда ухода шкалы времени, предлагается прогнозировать шум наблюдения методом наименьших квадратов (который можно дополнить  $L_2$ -регуляризацией), где в качестве базисных предложено использовать тригонометрические функции. Оптимальный выбор периода первой гармоники и кратности учитываемых гармоник в разложении шума наблюдения осуществляется с помощью его приближённого канонического разложения по тригонометрическим функциям со случайными коэффициентами. Эти параметры, а также дисперсии случайных коэффициентов разложения находятся в соответствии с оценённой на интервале наблюдения спектральной плотностью мощности шума наблюдения и с заданной точностью воспроизведения его дисперсии. Показано преимущество приближённого канонического разложения шума наблюдения в сравнении со строгим ортогональным разложением Карунена–Лоэва. В работе обоснован оптимальный выбор интервалов наблюдения и прогнозирования.

**Ключевые слова:** прогнозирование ухода шкалы времени, бортовой хранитель времени, оценивание параметров сигнала.

Поступила в редакцию: 06.06.2025. Принята к печати: 02.07.2025.

### Введение

В данной работе предложен один из вариантов решения поставленной в исследовании [1] актуальной задачи о совершенствовании алгоритмов обработки временной информации (ВИ) в глобальной навигационной спутниковой системе (ГЛОНАСС). Оригинальная часть данной работы, касающаяся способа прогнозирования шума наблюдения (этот термин будет определён позже) на основе приближённого эффективного канонического разложения (ЭКР) случайного процесса (СП), содержится в разделе 6, где также будет пояснено отличие ЭКР от широко используемого в теории случайных процессов строгого (с точки зрения вероятностной

сходимости в среднем квадратичном) разложения Карунена–Лоэва. Что касается всего остального материала данной работы, то он носит методический характер и приведён в силу важности решения вопроса об оптимальном выборе интервалов наблюдения и прогнозирования ВИ в ГЛОНАСС.

Целесообразность обсуждения этой темы связана с возросшими требованиями к точности прогнозирования ВИ для гражданских и военных потребителей ВИ. Известно достаточно много способов прогнозирования временных рядов [2–5], широко используемых, например, в задачах астрономии и экономики, но ни один из них, кроме метода наименьших квадратов (МНК) и калмановской фильтрации (КФ), так и не был опробован в ГЛОНАСС, чтобы найти другие алгоритмические возможности повышения точности прогнозирования ВИ. Для прогнозирования ухода шкалы

времени (ШВ) на бортовых хранителях времени (ХВ), которые входят в ГЛОНАСС, в течение многих лет продолжают использовать (обычный, то есть без использования авторегрессии) метод наименьших квадратов (МНК). Выбор МНК можно объяснить простотой его реализации, которую часто необоснованно отождествляют с высокой надёжностью предсказания ВИ, но (обычный) МНК, как известно [4], не минимизирует математическое ожидание погрешности прогнозируемой величины.

Под синхронизацией понимается процесс, направленный на обеспечение совпадения показаний часов в одноимённые моменты времени, компенсацию их взаимных расхождений, а также результат этого процесса [6, 7]. Максимальное время автономной работы бортовой аппаратуры синхронизации объектов при обеспечении требуемых характеристик систем синхронизации (СС) (другими словами, эффективность её функционирования) зависит от алгоритмов обработки ВИ и от управления формированием ШВ объектов [8, с. 46].

КФ имеет некоторый выигрыш в точности прогнозирования в сравнении с МНК, однако МНК требует меньшего объёма априорной информации [9, 10]. В рассекреченной недавно диссертации [8, раздел 2] был рассмотрен (но так и не внедрён в ГЛОНАСС) обобщённый МНК (с использованием авторегрессии со скользящим средним), который в сравнении с КФ тоже не требует большого объёма априорной информации и позволяет оценивать параметры математической модели ухода ШВ и будущие значения ШВ. Обобщённый МНК минимизирует математическое ожидание погрешности прогнозируемой величины (этим свойством также обладает метод опорных векторов Вапника–Червоненкиса [4]), однако для реализации обобщённого МНК требуется знать значения ковариационной функции СП, характеризующего ВИ, в отсчётные моменты времени [8, 11], найти которые с высокой точностью крайне трудно.

В данной работе для прогнозирования ВИ в ГЛОНАСС предлагается использовать алгоритм, состоящий из последовательного применения двух регрессионных моделей предсказания: сначала для нахождения параметров математической модели тренда (эта модель приведена в Приложении), а затем – для прогнозирования изменения относительно тренда остаточного слагаемого – шума наблюдения (ШН), который целесообразно, что будет далее аргументировано, приблизённо описать каноническим разложением по базисным функциям из тригонометрической системы [12]. Конкретный вид этих базисных функций (то есть кратность учтённых гармоник и период первой гармоники) находится по графику спектральной плотности мощности ШН, который можно найти на интервале наблюдения. Выбор оптимальной

длительности этого интервала будет далее обоснован. Затем, как будет далее показано, можно уточнить прогнозируемую ВИ с помощью МНК, в котором используются найденные методом ЭКР базисные функции из конечномерного пространства небольшой размерности, причём МНК можно дополнить L2-регуляризацией. Такова общая схема предлагаемого в данной статье алгоритма, но прежде чем перейти к его подробному изложению, в том числе к изложению оригинального материала, касающегося применения ЭКР, кратко остановимся на принципе формирования ШВ и напомним условие, когда функционал в методе максимального правдоподобия переходит в минимизирующий функционал в МНК.

Принцип формирования ШВ изложен во многих отечественных и зарубежных работах [13, 14]. Уход шкалы ХВ в системе синхронизации, вызванный погрешностью используемой модели и погрешностью измерений, представляет собой статистический временной ряд, который аналитически описывают суммой (полиномиального) тренда и случайной нестационарной составляющей (то есть ШН). ШН на достаточно небольшом временном интервале, который определяется характерным радиусом корреляции, можно приблизённо рассматривать как стационарный СП и применять для его описания и дальнейшего краткосрочного предсказания спектрально-корреляционную теорию такого процесса.

Поскольку данная работа посвящена только алгоритму прогнозирования временного ряда, краткие сведения из диссертации [8] о формировании ухода  $\Delta\tilde{E}(t)$  шкалы ХВ на момент измерения приведены в Приложении, где показано, что уход ШВ  $\Delta\tilde{E}(t)$  можно представить следующим выражением:

$$\Delta\tilde{E}(t_i) = \Delta E_0 + \frac{\Delta f_0}{f} t_i + \frac{\beta(t)}{2} t_i^2 + \xi(t_i) + q(t_i) + \eta(t_i), \quad (1)$$

где  $\Delta E_0$  – значение ухода шкалы ХВ объекта на момент измерения  $t_i$ . Другие слагаемые в выражении (1) определены в Приложении. Согласно математической модели (1) кривая типичной реализации, которая описывает основную тенденцию поведения случайного процесса  $\Delta\tilde{E}(t)$ , даётся первыми тремя слагаемыми в этом выражении.

## 1. Основные трудности решения задачи синхронизации

При использовании МНК для прогнозирования ухода ШВ крайне трудно обосновать оптимальный выбор интервала наблюдения, но эту трудность легко преодолеть при учёте априорных сведений об изучаемом процессе, например, мож-

но применить критерий, используемый в методе максимального правдоподобия (ММП).

В отличие от работы [8] в данной работе предлагается осуществлять прогнозирование ВИ не одномоментно, а за два шага: сначала выполнить долгосрочное прогнозирование (то есть найти параметры тренда для модели (1)) на основе ММП, а затем на меньшем интервале наблюдения аналитически описать и краткосрочно спрогнозировать поведение ШН. Уточнение оценок параметров модели ухода ШВ может быть выполнено на основе спектрально-ортогонального разложения ШН на интервале, который примерно равен половине радиуса корреляции ШН.

В работах по теории прогнозирования и, в частности, по прогнозированию ухода ШВ атомных часов отмечают, что КФ хорошо работает при краткосрочном прогнозе, а МНК – при долгосрочном [13, 14]. Однако при этом крайне редко определяют (с точки зрения стандартов точности прогнозирования [3] или с какой-либо другой статистической точки зрения) тот характерный временной отрезок, в сравнении с которым один прогноз можно назвать краткосрочным, а другой – долгосрочным.

Запишем временной ряд наблюдений ухода ШВ в матричном виде [8]

$$G = H\theta + Z. \quad (2)$$

Вектор-столбец  $G = (\Delta\tilde{E}(t_1), \dots, \Delta\tilde{E}(t_n))^T$  пред-

ставляет собой кортеж значений ухода ШВ в отсчётные моменты времени; в случае параболической аппроксимации тренда

$$H = \begin{pmatrix} 1 & t_1 & t_1^2 \\ & \dots & \\ 1 & t_n & t_n^2 \end{pmatrix}, \quad \theta = \begin{pmatrix} \Delta E_0 & \frac{\Delta f_0}{f_0} & \frac{\beta}{2} \end{pmatrix}^T.$$

Здесь символ  $T$  означает транспонирование [8]. В формуле (2) вектор-столбец  $Z$ , характеризующий ШН (включает случайную составляющую  $\xi(t_i)$  ухода ШВ, погрешность модели и погрешность измерений), приближённо имеет нулевое среднее значение.

Для большинства систем синхронизации погрешность сверки ВИ зависит от характеристик устройств контроля ВИ, погрешности измерения времени распространения сигналов, а также от условий их распространения [8].

В работе [8] было предложено использовать обобщённый МНК (ОМНК) для получения оценки параметров модели и для прогнозирования ухода ШВ (см. Приложение). При этом полагалось, что  $M(\eta(t_i)) = M(q(t_i)) = 0$ , а ковариационные матрицы элементарных составляющих СП следующие:

$$\text{cov}(\eta(t_i), \eta(t_j)) = \begin{cases} \sigma_\eta^2 & \text{при } t_i = t_j, \\ 0 & \text{при } t_i \neq t_j, \end{cases}$$

$$\text{cov}(q(t_i), q(t_j)) = \begin{cases} \sigma_q^2 & \text{при } t_i = t_j, \\ 0 & \text{при } t_i \neq t_j. \end{cases}$$

С учётом статистической независимости (в совокупности) составляющих  $\xi$ ,  $q$  и  $\eta$  элементы ковариационной матрицы суммарного СП

$$V_{ij} = \begin{cases} \text{var}(\xi(t_i)) + \sigma_\eta^2 + \sigma_q^2 & \text{при } t_i = t_j, \\ \text{cov}(\xi(t_i), \xi(t_j)) & \text{при } t_i \neq t_j, \end{cases}$$

а оценка вектора  $\theta$  определялась формулой  $\hat{\theta} = (HV^{-1}H^T)^{-1}HV^{-1}G$  [8].

Погрешность прогнозирования ухода ШВ при использовании ОМНК зависит от многих факторов: длительности интервала наблюдения (числа обрабатываемых результатов); точности описания ковариационной матрицы ШН; других количественных характеристик случайной составляющей ухода ШВ; погрешности модели; погрешности измерений [8].

В работе [8, с. 115] комбинированный алгоритм на основе ОМНК был исследован при различных вариантах выбора условий обработки ВИ:

- по двум последним сеансам сверки шкал на ведущем пункте;
- по трём последним сеансам;
- по всем сеансам сверки на интервале наблюдения в пределах одних суток;
- по всем сеансам сверки на интервале наблюдения до двух суток.

Однако оптимальный выбор этих вариантов не был аргументирован рассмотрением какого-либо статистического функционала.

## 2. Требования к выбору метода прогнозирования

Алгоритм прогнозирования ВИ не всегда должен одномоментно обеспечивать окончательную оценку значений временного ряда в будущем.

К выбору алгоритма прогнозирования ВИ в СС предъявляются следующие общие требования [8]:

- он должен применяться как к равноотстоящим, так и к произвольным интервалам времени наблюдения, что обусловлено особенностями функционирования искусственных спутников Земли, входящих в глобальный навигационный космический комплекс;
- решение должно находиться с минимальными временными затратами для управления

ШВ в реальном масштабе времени. Этому будет способствовать использование (приближённого) метода эффективного канонического разложения ШВ, которое будет рассмотрено в разделе 6. Известно, что если в качестве базисных функций в МНК одновременно использовать степенные и тригонометрические функции, то матрица значений, как правило, становится плохо обусловленной, что может привести к искажению значений прогнозируемых параметров модели (даже когда измеренные значения слабо зашумлены). По этой причине целесообразно осуществлять прогнозирование за два шага, чтобы на каждом из них матрица измеренных значений была хорошо обусловленной.

К вышеприведённым требованиям нужно добавить оценивание параметров модели в соответствии с более сильным (с точки зрения учёта априорной информации) критерием, чем минимизация наименьших квадратов.

### 3. Приближённая замена критерия максимального правдоподобия на критерий наименьших квадратов

Обозначим  $y_i = (i = 1, 2, \dots, N)$  – значения ШВ на интервале наблюдения (в моменты времени  $t_i$ ). В настоящее время в ГЛОНАСС используют модель ухода ШВ только по двум базисным функциям и рассматривают линейную аппроксимацию тренда:  $y(t) = a_0 + a_1 t$ , где параметр  $a_0$  и его среднеквадратичное отклонение (СКО) измеряют в нс, а параметр  $a_1$  и его СКО – в нс/сут, при этом исключимые параметры модели находят по МНК.

Сопоставим такому МНК задачу линейной регрессии: располагая на некотором промежутке наблюдения  $n$  отсчёты  $y_i$ , требуется установить зависимость  $\vec{y} = \vec{X}\vec{a} + \vec{\epsilon}$ , где  $\vec{y}$  – вектор-столбец измеренных значений ( $n \times 1$ ),  $\vec{X} = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  – матрица ( $n \times 2$ ), состоящая из вектор-столбцов  $\vec{x}_j$  ( $j = 1, 2$ ), каждый из которых представляет собой упорядоченный набор значений соответствующего регрессора в моменты времени  $t_i$ ;  $\vec{a} = (a_1, a_2)$  – вектор-столбец ( $2 \times 1$ ) из неизвестных коэффициентов,  $\vec{\epsilon} = (\epsilon_1, \dots, \epsilon_n)$  – вектор ошибок аппроксимации. Таким образом, вектор-столбец  $\vec{x}_1$  состоит из единиц, а вектор-столбец  $\vec{x}_2 = (t_1, \dots, t_n)^T$ .

Напомним, что функцией правдоподобия называется условная плотность распределения вероятностей  $L(\vec{a}) = w(\vec{y}/\vec{X}, \vec{a})$  при полученных в эксперименте значениях координат вектора  $\vec{y}$ . В ММП требуется найти оценку значений координат вектора  $\vec{a}$ , доставляющую максимум функционалу  $L(\vec{a})$ .

Будем считать, что случайные величины – координаты вектора ошибок – независимы и распределены по нормальному зако-

ну с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми среднеквадратичными отклонениями (СКО), которые обозначим  $\sigma$ . Тогда

$$w(\vec{y}/\vec{X}, \vec{a}) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \left(y_i - \sum_{j=1}^l X_{ij} a_j\right)\right),$$
 где  $l = 2$  для линейного тренда и  $l = 3$  в случае параболической модели кривой типичной реализации ухода ШВ. Критерий максимального правдоподобия (МП) сводится, как известно, к тому, чтобы выполнялось:

$$\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^l X_{ij} a_j\right)^2 \rightarrow \min \frac{1}{2}. \quad (3)$$

Значение  $\sigma$  зависит от погрешности измерения значений  $y_i$ , выбранной математической модели ухода ШВ и интервала наблюдения, на каждом из которых можно приближённо оценить величину  $\sigma$ . Из выражения (3) видно, что при уменьшении  $\sigma$  критерий (3) переходит в критерий наимень-

ших квадратов:  $\sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=1}^l X_{ij} a_j\right)^2 \rightarrow \min.$

Поскольку ММП опирается на рассмотрение квадратичной функции потерь, то это частично сближает его с МНК, но в отличие от него в ММП используется информация об условной плотности распределения  $w(\vec{y}/\vec{X}, \vec{a})$ , поэтому можно полагать, что он будет давать лучшую оценку параметров модели тренда и, соответственно, лучший окончательный прогноз.

Существует два варианта условий измерения ВИ на интервале наблюдения для дальнейшей реализации ММП:

1) когда на интервале наблюдения содержится настолько много измеренных значений временного ряда, что можно рассмотреть на нём отдельные подинтервалы, на которых число измерений велико;

2) когда число измерений ещё достаточно для применения методов математической статистики, но не настолько велико, чтобы разумно было дробить имеющийся интервал.

В случае 1) можно рассмотреть набор расширяющихся непрерывных интервалов наблюдения с фиксированным последним измеренным значением ШВ и, оценив на каждом из них вектор  $\vec{a}$  и значение  $\sigma$ , найти те значения координат вектора, которым отвечает наименьшее значение функционала (3).

Задачу (3) можно решить следующим образом: сначала приближённо найти оценку вектора  $\vec{a}$  по МНК, а затем (численно) проварировать значения координат этого вектора вокруг найденных

по МНК его значений и найти те значения, которым отвечает условие (3). Эту оценку можно получить в результате простого перебора всевозможных вариантов значений с некоторым интервалом квантования или же в результате применения так называемого метода отжига как одного из методов глобальной оптимизации [5].

#### 4. Дополнительный учёт апостериорной плотности вероятности

При нахождении оценки координат вектора  $\bar{a}$  можно одновременно с критерием МП рассмотреть критерий максимума апостериорной плотности распределения вероятностей.

Координаты вектора  $\bar{a}$  (как случайные величины) характеризуются некоторыми ненулевыми математическими ожиданиями  $a_{0i}$ . С помощью линейно-масштабного преобразования регрессоров можно сделать СКО координат  $\bar{a}$  одинаковыми (для рассматриваемого интервала или подинтервала). Обозначим  $\sigma_0$  получившееся в результате такого преобразования значение СКО.

При дополнительном учёте апостериорной плотности вероятности вектора  $\bar{a}$ , которую обозначим  $w(\bar{a})$ , задача оценки координат вектора  $\bar{a}$  сводится к нахождению решения задачи:  $\ln L(\bar{a}) + \ln w(\bar{a}) \rightarrow \max$ . В случае применяемого в ГЛОНАСС двухкомпонентного вектора  $\bar{a}$  эту задачу можно записать в виде:

$$\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left( y_i - \sum_{j=1}^l X_{ij} a_j \right)^2 + \ln(2\pi\sigma_0^2) + \frac{\left( (a_1 - a_{01})^2 + (a_2 - a_{02})^2 \right)}{2\sigma_0^2} \rightarrow \min,$$

где в зависимости от вида используемой математической модели тренда  $l$  равно двум или трём.

Координаты искомого вектора можно определить следующим образом: сначала найти координаты вектора  $\bar{a}_0$  по ММП (без учёта апостериорной плотности вероятности), а затем решить задачу линейной регрессии:

$$\bar{y}_\delta = X\bar{a}_\delta + \bar{\varepsilon}_\delta, \quad (4)$$

где  $\bar{y}_\delta = \bar{y} - X\bar{a}_0$ .

В рамках рассматриваемой модели ухода ШВ вектор  $\bar{a}_\delta$  будет иметь нулевое математическое ожидание. Полагая, что компоненты  $\bar{a}_\delta$  имеют одинаковое СКО  $\tilde{\sigma}_0$  (что можно добиться линейно-масштабным преобразованием одной из двух регрессионных функций), перепишем задачу (4) в виде:

$$\frac{n}{2} \ln(2\pi\sigma^2) + \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n \left( y_i - \sum_{j=1}^l X_{ij} a_j \right)^2 + \ln(2\pi\tilde{\sigma}_0^2) + \frac{\left| \bar{a} \right|^2}{2\tilde{\sigma}_0^2} \rightarrow \min.$$

Вместо отыскания строгого решения этой задачи, которое нетрудно найти методом глобальной оптимизации [3], можно ограничиться нахождением приближённого решения, отвечающего так называемой L2-регуляризованной задаче МНК:

$$\sum_{i=1}^n \left( y_i - \sum_{j=1}^l X_{ij} \tilde{a}_j \right)^2 + \alpha^2 \left| \bar{a} \right|^2 \rightarrow \min, \quad (5)$$

где  $\alpha = \frac{\sigma}{\tilde{\sigma}_0}$ ,  $\tilde{a}_j$  – координаты двухкомпонентного вектора  $\bar{a}_\delta$ , решение которой  $\bar{a}_\delta = (X^T X + \alpha E)^{-1} X^T \bar{y}$ , где  $E$  – единичная матрица. Благодаря L2-регуляризации матрица  $(X^T X + \alpha E)^{-1}$

будет хорошо обусловленной. Слагаемое  $\alpha^2 \left| \bar{a} \right|^2$ , как известно, обеспечивает “прижатость” оцениваемых координат вектора к нулю, что повышает устойчивость алгоритма предсказания.

#### 5. Каноническое разложение шума наблюдения

Итак, на первом шаге предлагаемого алгоритма прогнозирования ВИ находятся параметры тренда по методу МП (без учёта или же с учётом апостериорной вероятности). На следующем шаге предлагается провести уточнение прогнозируемых значений ШВ относительно тренда на более коротком промежутке времени на основании регрессионной модели для ШВ. Для того чтобы найти базис разложения, предлагается при аналитическом описании ШВ использовать его ортогональное разложение по некоррелированным составляющим.

При быстром нахождении оптимальных значений интервалов наблюдения и прогнозирования целесообразно использовать не строгий подход, основанный на разложении Карунена–Лоэва (КЛ) стационарного СП (несмотря на то, что разложение КЛ обеспечивает строгое ортогональное разложение исходного СП по некоррелированным составляющим на любом априорно заданном временнем сегменте), а рассмотреть ЭКР по тригонометрическим функциям. Можно привести два аргумента в пользу ЭКР при нахождении оптимальных интервалов наблюдения:

- при использовании разложения КЛ значительно сложнее оценивать характерные масштабы изменения базисных функций;
- использование полученных методом КЛ произвольных базисных функций может привести к плохой обусловленности матрицы в МНК, если в дальнейшем его использовать для уточнения ухода ШВ относительно тренда.

Итак, для аналитического описания ШН с целью нахождения базисных функций в данной работе предлагается использовать приближённое разложение ШН по конечному набору функций из тригонометрической системы. Такое разложение было подробно рассмотрено в работе [12] и названо эффективным (с точки зрения воспроизведения исходной дисперсии СП небольшим количеством гармоник в случае узкополосного СП) каноническим разложением (ЭКР). В работе [12] было показано, что такое приближённое (с точки зрения воспроизведения исходной дисперсии СП) разложение возможно лишь при ограничении на минимальную длительность интервала наблюдения.

Кратко остановимся на возможности приближённого разложения квазиузкополосного СП по небольшому количеству гармоник со случайными коэффициентами. Будем предполагать, что на некотором интервале (который чуть позже будет определён как максимально допустимый интервал прогнозирования случайной составляющей) ШН представляет собой стационарный гауссовский СП.

В инженерной практике существует два подхода к описанию стационарного СП: либо задавать его СПМ, либо аппроксимировать его автокорреляционную функцию (АКФ), которые взаимно однозначно связаны формулами Винера-Хинчина [12].

Выполнив сглаживание значений ШН (то есть разностей между измеренными значениями и отсчётными значениями тренда) в дискретных точках наблюдения, можно сначала приближённо найти АКФ шума наблюдения, а затем с помощью преобразования Фурье найти спектральную плотность мощности (СПМ) ШН.

При решении задачи прогнозирования необходимо иметь представление о СП во временной плоскости, а не в частотной. Для этого целесообразно рассмотреть ЭКР изучаемого СП, которое основано на математическом моделировании АКФ СП [12]. При этом математическая модель АКФ должна обеспечивать схожесть графика соответствующей ей математической модели СПМ с графиком СПМ наблюдаемого СП по той или иной метрике, например по метрике евклидового бесконечномерного функционального пространства непрерывных функций со среднеквадратичной сходимостью. Кроме того, с учётом выделенного

тренда математическая модель АКФ ШН должна обеспечивать отсутствие постоянной составляющей в ЭКР ШН.

Напомним, что согласно строгой теории канонического разложения стационарный СП сводится к бесконечному ряду, члены которого являются произведениями случайных величин на детерминированные функции времени, причём для гауссовского СП коэффициенты разложения тоже распределены по гауссовскому закону. При этом они характеризуются нулевыми математическими ожиданиями, а их дисперсии равны собственным значениям интегрального уравнения Фредгольма второго рода с ядром в виде АКФ [12]. Несмотря на то что такое разложение СП будет приближённым, его точность (с точки зрения вероятностной сходимости в среднем квадратичном) при оптимальном выборе интервала наблюдения, как было показано в работе [12], достаточно высока (относительная погрешность воспроизведения дисперсии исходного СП превышает 90 %). Рассмотрение в качестве базисных функций одного типа (из тригонометрической системы) обеспечивает, если их применять затем в МНК, хорошо обусловленную матрицу значений.

Численными методами было получено, что график СПМ шума наблюдения  $\xi(t)$  в системах синхронизации характеризуется, по крайней мере, двумя хорошо отделимыми максимумами (но с разными значениями СПМ в точках максимума), происхождение которых можно объяснить наличием у спутника драконического периода, причём каждый такой максимум соответствует некоторому квазиузкополосному СП. Будем считать СП стационарным, то есть поступим здесь аналогично тому, как в теории передачи сообщений речь человека, являющейся нестационарным процессом, на достаточно коротком интервале времени приближённо рассматривают как стационарный СП.

Обоснем возможность приближённого разложения СП по функциям из тригонометрической системы. Рассмотрим АКФ шума наблюдения, который исходно задан на всей временной оси и не является с.к.-периодическим СП, на некотором конечном временном интервале длительности  $T$  (значение которого будет определено позже). Рассмотрим сужение области определения АКФ на этот конечный интервал и с периодом  $T$  продолжим полученную функцию на всю временную ось. Однако получаемое ортогональное разложение с.к.-периодического СП будем рассматривать только на исходном (то есть конечном) интервале  $T$  аналогично тому, как в радиотехнике для представления финитных функций вместо интегрального представления Фурье (с поточечной сходимостью) часто рассматривают аппроксимацию в виде ряда Фурье (со сходимостью в среднем

квадратичном на заданном конечном интервале). Поскольку при рассмотрении конечного временного интервала  $T$  теряется некоторая информация об исходной АКФ, сужение носителя АКФ приведёт к тому, что получившаяся при этом функция уже не будет автокорреляционной в строгом смысле. В связи с этим коэффициенты Фурье

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T K(\tau) d\tau, \quad a_k = \frac{2}{T} \int_0^T K(\tau) e^{-j2\pi k \tau/T} d\tau \quad (6)$$

только тогда можно считать равными дисперсиям соответствующих гармоник разложения

$$\xi(t) = \sum_{k=k_1}^{k_2} \left( A_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) + B_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) \right), \quad \text{когда}$$

они положительны:  $a_k = M(A_k^2) = M(B_k^2) = \sigma_k^2$ .

С ростом  $k$  коэффициенты становятся знакочередующимися [12]. Выбор аппроксимирующего аналитического выражения для АКФ является крайне важным, поскольку сужение о характере случайного процесса только по виду его АКФ может привести к ошибочным результатам. Выбирая аппроксимацию АКФ, нужно всегда учитывать физическую сущность процесса (то есть количество максимумов на графике СПМ, характерную ширину изменения значений СПМ и требуемую точность).

Коэффициенты  $\sigma_k^2$  должны быть положительными. С учётом некоррелированности коэффициентов разложения с достаточно хорошей точностью должно выполняться равенство дисперсии случайного процесса  $\sigma_\xi^2$  конечной сумме дисперсий (6), соответствующих учётным гармоникам.

Из теории интегральных уравнений Фредгольма второго рода известно, что если ядро интегрального оператора Фредгольма второго рода есть чётная функция, периодически продолжаемая на всю временную ось, то его собственными функциями являются тригонометрические функции с кратными частотами. Появляющиеся для некоторых коэффициентов  $\sigma_k^2$ , начиная с некоторого номера, отрицательные значения связаны с тем, что вместо точных выражений для координатных функций канонического разложения (которые могут быть найдены в результате решения уравнения КЛ) рассматривается априорно выбранный тригонометрический базис и, кроме того, носитель АКФ был сужен с бесконечной временной оси на конечный интервал.

Целесообразно потребовать, чтобы в результате сужения АКФ не происходили значительные изменения графика СПМ и чтобы с “хорошей” точностью (с инженерной точки зрения), которую предстоит оценить, суммарная дисперсия СП приближённо равнялась (конечной) сумме дис-

перий нескольких учётных гармоник. Выбор значения периода целесообразно осуществить исходя из требования минимизации коэффициентов Фурье, соответствующих высшим гармоникам в разложении СП [12].

Полагая, что АКФ является трижды непрерывно дифференцируемой, для обеспечения быстрого убывания коэффициентов  $a_k$  можно ввести

$$\text{дополнительное условие: } \frac{d}{d\tau} K(\tau) = 0 \text{ при } \tau = \frac{T}{2}$$

[12]. Коэффициенты  $a_k$ , начиная с некоторого номера, становятся знакочередующимися, убывают по абсолютной величине и стремятся к нулю, что по признаку Лейбница (лишь формально) обеспечивает сходимость знакочередующегося ряда  $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$  к суммарной дисперсии наблюдаемого процесса.

Поскольку, как уже было ранее отмечено, отрицательные коэффициенты  $a_k$  не могут иметь смысла дисперсий элементарных случайных процессов, отвечающие таким номерам гармоники далее рассматривать не будем. Гармоники, которым хотя и отвечают положительные значения  $a_k$ , но которые в сравнении с суммарной дисперсией СП пренебрежимо малы, тоже не будем учитывать.

Целесообразно рассматривать только такие модели СП, для которых основной вклад (по выбору исследователя, например не менее 90 %) в суммарную дисперсию СП вносят небольшое количество (три или четыре) положительных значений  $a_k$ . Другими словами, пренебрежим гармониками, амплитуды которых достаточно малы, и рассмотрим приближённое, с небольшим числом гармоник, разложение СП в конечный ряд:

$$\xi(t) = \sum_{k=k_1}^{k_2} \left( A_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) + B_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T}t\right) \right) \quad (7)$$

В работе [12] такое разложение СП было названо эффективным каноническим разложением.

Для модели АКФ вида  $K(\tau) = \sigma_\xi^2 \left( \frac{\sin(\Omega\tau)}{\Omega\tau} \right)^2 \cos(\beta\tau)$  введённые выше условия на модель АКФ выполняются, когда период первой гармоники в формуле (7)  $T = \frac{2\pi}{\Omega}n$ , где

$n$  – натуральное число.

В задачах прогнозирования ШН большое значение имеет случай, когда в представлении СП (7) не должно быть постоянной составляющей.

Если положить  $n = 1$ , то в ЭКР постоянная составляющая отсутствует в двух случаях: при

$\frac{\Omega}{\beta} \approx 0,30$  и при  $\frac{\Omega}{\beta} \approx 0,42$ . В каждом из этих случаев параметры разложения СП (а значит, и вид базисных функций в регрессионной модели) определяются однозначно [12]. В случае, когда  $T = \frac{2\pi}{\Omega}$

и  $\frac{\Omega}{\beta} \approx 0,42$ , в представлении (7) можно ограничиться 2-й, 3-й и 4-й гармониками [12]. Сумма дисперсий элементарных составляющих в этом случае составляет примерно 90 % от суммарной дисперсии исходного СП [12].

Таким образом, если график СПМ характеризуется двумя пиками, то для аналитического описания каждого пика достаточно будет учесть в регрессионной модели три гармоники.

Для каждого узкополосного процесса по графику СПМ можно подобрать наиболее подходящую модель АКФ со своими значениями параметров  $\Omega_i$  и  $\beta_i$  при одном из двух ранее рассмотренных ограничений на их отношение, при котором исчезает постоянная составляющая. Максимальный интервал прогнозирования в регрессионной модели при рассмотрении одного максимума на графике СПМ шума наблюдения не должен превосходить половины характерного

радиуса корреляции  $\frac{T}{2} = \frac{\pi}{\Omega}$ . В случае учёта двух

пиков на графике СПМ он не должен превосходить

$\frac{T_{\min}}{2}$ , где  $T_{\min} = \min\{T_1, T_2\} = \min\left\{\frac{2\pi}{\Omega_1}, \frac{2\pi}{\Omega_2}\right\}$ .

Несмотря на то что строгое разложение СП и его максимальную степень сжатия обеспечивает разложение КЛ, рассмотренный выше приближённый подход проще с аналитической точки зрения: он позволяет получить в регрессионной модели базисные функции одного типа (тригонометрические), а также оценить значения  $T_1$  и  $T_2$ .

## 6. Линейная регрессия ШН по небольшому числу гармоник

Введём следующие обозначения:  $u_i = (i = 1, 2, \dots, K)$  – разности между измеренными (в моменты времени  $t_i$ ) значениями ШН и значениями (предварительно найденного) тренда в эти отсчётные моменты времени;  $\vec{u} = (u_1, \dots, u_K)^T$ ;  $\vec{P} = (\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_l)$  – матрица, состоящая из вектор-столбцов  $\vec{p}_j$  ( $j = 1, \dots, l$ ), каждый из которых представляет собой значения того или иного регрессора (из конечного упорядоченного набора тригонометрических функций) в отсчётные моменты времени.

Полагаем, что анализируемая выборка укладывается во временной интервал, который не превосходит  $T_{\min}$ . На этом промежутке, располагая  $K$  отсчётами  $u_i$ , можно аналитически описать квазиузкополосный СП, применив ЭКР, и снова рассмотреть задачу линейной регрессии для установления зависимости  $\vec{u} = \vec{P}\vec{b} + \vec{\zeta}$ , где  $\vec{b} = (b_1, \dots, b_{2m})^T$ ;  $m$  – количество учитываемых в ЭКР гармоник;  $\vec{\zeta}$  – вектор ошибок аппроксимации.

Обозначим  $w(\vec{u} / \vec{P}, \vec{b})$  условную плотность распределения вектора  $\vec{u}$  и будем считать, что все случайные величины  $b_j$  имеют нормальное распределение с нулевым математическим ожиданием и одинаковым СКО  $\sigma_b$ .

Такую задачу линейной регрессии можно приблизённо заменить на задачу прогнозирования ШН по МНК (при этом не требуется знать значение  $\sigma_b$ ), причём с достаточно хорошо обусловленной матрицей значений, поскольку в качестве базисных будут функции одного типа – тригонометрические.

В случае, когда одновременно анализируется два пика на графике СПМ, при описании которых в два раза возрастает количество базисных функций и, соответственно, возрастает число координат искомого вектора  $\vec{b}$ , целесообразно рассмотреть МНК с L2-регуляризацией.

## 7. Приложение.

### Формирование шкалы времени из сигнала задающего генератора

Эффективная модель, описывающая относительные отклонения действительного значения частоты (ДЗЧ) задающего генератора (ЗГ) от номинального значения, определяется выражением:  $f(t) = f_0 + \Delta f(t)$ , где  $f_0$  – номинальное значение частоты ЗГ,  $f(t)$  – ДЗЧ [8, 13, 14]. Вследствие ряда причин [8] ДЗЧ ЗГ отличается от его номинального зна-

чения:  $\frac{\Delta f}{f_0}(t) = \frac{\Delta f_0}{f} + \beta(t)t + v(t) + \chi(t) + \rho(t)$ , где  $\frac{\Delta f_0}{f}$  – начальное относительное отклонение ДЗЧ;

$\beta(t)$  – коэффициент, характеризующий систематическое изменение ДЗЧ генератора во времени (коэффициент “старения”). СП  $v(t)$  описывает изменение частоты, вызванное влиянием внешней среды (изменением температуры, давления, наличием механических воздействий, радиации, локальным изменением магнитного поля и т.д.). Слагаемое  $\rho(t)$  обусловлено изменением частоты вследствие влияния релятивистских эффектов и воздействия гравитационных эффектов (которые определяются изменением гравитационного потенциала при движении объектов) [8, 13].

Процесс формирования ШН из сигнала ЗГ может быть представлен выражением:

$E(t) = \frac{1}{f_0} \int_0^t f(\tau) d\tau = t + \int_0^t \frac{\Delta f(\tau)}{f_0} d\tau$  [8]. В упрощённом виде погрешность формирования ШВ из сигнала задающего генератора даётся выражением:  $\Delta E(t) = \Delta E_0 + \frac{\Delta f_0}{f} t + \frac{\beta(t)}{2} t^2 + \xi(t)$ , где

$\Delta E_0$  – погрешность начальной установки хранителя времени (ХВ) объекта относительно опорной шкалы;  $\xi(t_i)$  – слагаемое, описывающее случайное изменение частоты ЗГ:  $\xi(t) = \int_0^t v(\tau) d\tau$ .

Результат сверки ШВ вторичного ХВ объекта относительно ШВ первичного ХВ (пункта синхронизации) можно представить в виде:  $\Delta E(t_i) = \Delta E_{\text{ист}}(t_i) + \eta(t_i) + q(t_i)$ . Здесь приняты следующие обозначения:  $\Delta E_{\text{ист}}(t_i)$  – реальное значение ухода шкалы ХВ объекта на момент измерения  $t_i$ ;  $\eta(t_i)$  – погрешность сверки шкал времени в системе;  $q(t_i)$  – погрешность модели, обуслов-

ленная принятыми в отношении характеристик ЗГ допущениями, влиянием факторов внешней среды, релятивистскими и гравитационными эффектами.

## Заключение

Для повышения точности предсказания ухода ШВ предлагается одновременно использовать регрессионный и корреляционный анализ, а именно – сначала найти параметры тренда ухода ШВ с помощью линейной регрессии, а затем, опираясь на описание шума наблюдения с помощью ЭКР, произвести уточнение прогнозируемых значений ухода ШВ на более коротком временном интервале.

## Благодарности

Автор выражает благодарность канд. техн. наук А. Ю. Феоктистову за ценную дискуссию по рассмотренному вопросу.

## Список литературы

- [1] Богданов П. П., Дружин В. Е., Нечаева О. Е. и др. Совершенствование частотно-временного обеспечения системы ГЛОНАСС // Исследования наукограда. 2013. № 3–4. С. 12–16.
- [2] Вьюгин В. В. Математические основы машинного обучения и прогнозирования. Москва: МЦНМО. 2018. 384 с.
- [3] Миронов А. М. Математические основы прогнозирования временных рядов // Интеллектуальные системы. Теория и приложения. 2024. Т. 28, вып. 3. С. 47–79.
- [4] Вапник В. Н. Полная статистическая теория обучения // Автоматика и телемеханика. 2019, выпуск 11. С. 24–58.
- [5] Hannan J. Approximation to Bayes risk in repeated plays. In M. Dresher, A. W. Tucker and P. Wolfe editors. Contributions to the theory of games. Princeton University Press. 1957. P. 97–139.
- [6] Скобелин А. А., Баушев С. В. Метод и алгоритм определения погрешности прогнозирования расхождения шкал времени // Изв. вузов. Приборостроение. 2019. Т. 62, № 4. С. 301–311.
- [7] Riley W. J. Handbook of frequency stability analysis. Darmstadt: Natl. Inst. Stand. Technol. Spec. Publ. 1065. 2008, July. 136 p.
- [8] Богданов П. П. Повышение эффективности функционирования системы синхронизации космических навигационных комплексов путём оптимизации алгоритмов управления: дисс. ... канд. техн. наук: 05.12.04 / Богданов Пётр Петрович. – Ленинградский научно-исследовательский радиотехнический институт. Ленинград, 1984. 142 с. Рассекречено 03.12. 2021.
- [9] Galleani L, Tavella P. Time and the Kalman Filter // IEEE Control System Magazine. 2010, April. P. 44–65.
- [10] Сальцберг А. В., Шупен К. Г., Сайбель А. Г. Особенности эксплуатации стандартов частоты в условиях космического пространства // Навигация и управление движением. Материалы XXII конференции молодых учёных с международным участием. СПб.: ЦНИИ «Электроприбор». 2020. С. 107–109.
- [11] Богданов П. П. Особенности применения метода наименьших квадратов при прогнозировании уходов шкал времени // Вопросы радиоэлектроники. 1983. ОВР. Вып. 2. С. 107–109.
- [12] Денисов А. В. Аналитическое описание колебательных и волновых процессов в задачах распространения электромагнитных волн в неоднородных средах: научное издание. Изд-во СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2023. 371 с.
- [13] Безменов И. В., Блинов И. Ю. Теоретические основы построения моделей для описания современных шкал времени и стандартов частоты: монография. Менделеево: ФГУП «ВНИИФТРИ». 2015. 529 с.
- [14] Tavella P. Statistical and mathematical tools for atomic clocks // Metrologia. 2008. P. 183–192.

## PERSPECTIVE ALGORITHM FOR PREDICTION OF TIME INFORMATION IN GLONASS SYNCHRONIZATION SYSTEMS

A. V. Denisov

JSC «North Western Regional Center  
of «Almaz – Antey» Concern – Obukhovsky Plant»  
St. Petersburg, Russian Federation

120

*In order to increase the accuracy of predicting time information in synchronization systems (this accuracy, in turn, depends on the mathematical model describing the departure of the time scale and on the accuracy of estimates of its parameters), it is proposed to process time information using a two-step algorithm. In the first step, in order to find the trend in the class of linearly or parabolically varying functions, the maximum likelihood method is used, which can be implemented taking into account the posterior probability. In the second step, after highlighting the trend of the time scale departure, it is proposed to predict the observation noise using the least squares method (which can be supplemented with L2 regularization), where it is proposed to use trigonometric functions as basic ones. The optimal choice of the period of the first harmonic and the multiplicity of the considered harmonics in the decomposition of the observation noise is carried out using its approximate canonical decomposition by trigonometric functions with random coefficients. These parameters, as well as the variances of random decomposition coefficients, are in accordance with the spectral density of the power of the observation noise estimated at the observation interval and with a given accuracy of reproducing its variance. The advantage of the approximate canonical decomposition of observation noise in comparison with the strict orthogonal Karhunen-Loev decomposition is shown. The paper substantiates the optimal choice of observation and forecasting intervals.*

*Keywords:* prediction of time scale departure, on-board time keeper, estimation of signal parameters.

*Submitted: 06.06.2025. Accepted: 02.07.2025.*

### References

- [1] Bogdanov P. P., Druzhin V. E., Nechaeva O. E. et al. Improvement of the frequency-time support of the GLONASS system // Issledovaniya naukograda. 2013. No. 3–4. P. 12–16.
- [2] Vyugin V. V. Mathematical Foundations of Machine Learning and Forecasting. Moscow: MCCME. 2018. 384 p.
- [3] Mironov A. M. Mathematical Foundations of Time Series Forecasting // Intelligent Systems. Theory and Applications. 2024. Vol. 28, No. 3. P. 47–79.
- [4] Vapnik V. N. Complete Statistical Theory of Learning // Automation and Remote Control. 2019, No. 11. P. 24–58.
- [5] Hannan J. Approximation to Bayes risk in repeated plays. In M. Dresher, A. W. Tucker and P. Wolfe editors. Contributions to the theory of games. Princeton University Press. 1957. P. 97–139.
- [6] Skobelin A. A., Bauyshev S. V. Method and Algorithm for Determining the Error of Forecasting Time Scale Discrepancies // Izvestiya VUZov. Instrumentation. 2019. Vol. 62, No. 4. P. 301–311.
- [7] Riley W. J. Handbook of frequency stability analysis. Darmstadt. Natl. Inst. Stand. Technol. Spec. Publ. 1065. 2008, July. 136 p.
- [8] Bogdanov P. P. Increasing the Efficiency of the Operation of the Synchronization System of Space Navigation Complexes by Optimizing Control Algorithms: diss. ... cand. of tech. sci.: 05.12.04 / Bogdanov Petr Petrovich. – Leningrad Scientific Research Radio Engineering Institute. Leningrad, 1984. 142 p. Declassified 03.12.2021.
- [9] Galleani L, Tavella P. Time and the Kalman Filter // IEEE Control System Magazine. 2010, April. P. 44–65.
- [10] Saltsberg A. V., Shupen K. G., Saybel A. G. Features of Frequency Standards Operation in Space Conditions // Navigation and Motion Control. Proceedings of the XXII Conference of Young Scientists with International Participation. St. Petersburg: Cntral Research Institute "Elektropribor". 2020. P. 107–109.
- [11] Bogdanov P. P. Features of the Application of the Least Squares Method in Forecasting Time Scale Deviations // Radio Electronics Issues. 1983. OVR. No. 2. P. 107–109.

- [12] Denisov A. V. Analytical Description of Oscillatory and Wave Processes in Electromagnetic Wave Propagation in Heterogeneous Environments: scientific edition. Saint Petersburg. ETU Publishing house, 2023. 371 p.
- [13] Bezmenov I. V., Blinov I. Yu. Theoretical Foundations for Building Models to Describe Modern Time Scales and Frequency Standards: monograph. Mendeleev: FGBU "VNIIFTRI". 2015. 529 p.
- [14] Tavella P. Statistical and mathematical tools for atomic clocks // Metrologia. 2008. P. 183–192.

### Сведения об авторе

*Денисов Александр Владимирович* – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник АО «Северо-Западный региональный центр Концерна ВКО «Алмаз-Антей» – Обуховский завод». Окончил физический факультет Ленинградского государственного университета им А. А. Жданова в 1988 году. Область научных интересов: радиофизика и прикладная математика.

## Требования к оформлению статей для опубликования в журнале «Космические аппараты и технологии»

*Редакция принимает в журнал статьи, соответствующие следующим темам:*

- ◀ ракетно-космическая техника
- ◀ новые материалы и технологии в космической технике
- ◀ космическое приборостроение
- ◀ космические услуги
- ◀ инновации космической отрасли

*Статья должна быть подготовлена в формате «Документ Word 97-2003» и направлена на электронную почту редакции spacecrafts.technologies@yandex.ru*

122

Вместе со статьей необходимо предоставить акт экспертного заключения с печатью и заключение комиссии экспортного контроля (КЭК) о возможности опубликования или, в случае отсутствия КЭК в организации, письмо за подписью руководителя организации с печатью, что данные сведения не подлежат экспортному контролю.

При подготовке статьи авторы должны следовать этическим принципам, принятым в научном сообществе и редакцией журнала.

Авторы должны руководствоваться приведенными ниже правилами. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, могут быть возвращены авторам на доработку.

**Требования к составу и расположению элементов оформления научной статьи:**

- ◀ Индекс УДК располагают отдельной строкой слева.
- ◀ На следующей строке размещается заголовок, который центрируют и набирают строчными буквами (как в предложении, начиная с прописной). Шрифт Times New Roman, 14 кегль, начертание – полуожирное. Перенос слов в заголовке недопустим.
- ◀ Под заголовком по центру указываются фамилия и инициалы автора(ов). Шрифт Times New Roman, 14 кегль, по центру, полуторный интервал.
- ◀ Под ФИО автора(ов) по центру указываются: полное название учреждения (место работы), в котором выполнена работа (в именительном падеже), затем город (населенный пункт), область (край), страна. Шрифт Times New Roman, 14 кегль, по центру, полуторный интервал.
- ◀ Аннотация к статье. Объем аннотации: 150–180 слов.
- ◀ Ключевые слова (4–7 слов или словосочетаний).
- ◀ Пристатейный список литературы, оформленный в соответствии с ГОСТ Р 7.05-2008. Рекомендуется использование не менее 15 (минимум 10) источников не старше 15 лет.
- ◀ Следом необходимо привести заголовок, ФИО автора(ов), организацию, аннотацию, ключевые слова и список литературы на английском языке.
- ◀ В конце документа необходимо привести сведения о каждом авторе (должность и место работы, научные степень и звание, что и когда окончил, область научных интересов, идентификатор ORCID).

## **Требования к представляемому тексту, иллюстрациям и пристатейному списку литературы:**

- ◀ Объем статьи, включая иллюстрации и список литературы, 10–20 страниц формата А4 (210 × 297 мм).
  - ◀ Поля – 2,5 см.
  - ◀ Шрифт Times New Roman, 14 кегль, полуторный интервал, красная строка 1,27 см.
  - ◀ Заголовок и аннотация статьи не должны содержать нерасшифрованных сокращений (аббревиатур) и ссылок на литературу.
  - ◀ При использовании в тексте сокращенных названий необходимо давать их расшифровку, следует ограничиваться общепринятыми сокращениями и избегать новых без достаточных на то оснований.
  - ◀ Для оформления переносов в словах необходимо пользоваться командой «автоматическая расстановка переносов». Для форматирования текста избегать пробелов (нигде в тексте не должно быть рядом стоящих двух пробелов).
  - ◀ Для набора сложных математических формул и выражений используется MathType. Размер шрифта в формулах установить по умолчанию (12).
  - ◀ Допускаются рисунки и таблицы без заголовков, подписей и слов «Таблица» и «Рисунок» в случае одной таблицы/рисунка. Если имеется несколько рисунков или таблиц, используются слова «Таблица» или «Рисунок» с указанием номера таблицы или рисунка. Не рекомендуется загромождать рисунок ненужными деталями: надписи должны быть вынесены в подпись к рисунку, а на рисунке заменены цифрами или буквами. Желательно не перегружать текст графическим материалом. Размер шрифта в таблицах 12 кегль. Межстрочный интервал – одинарный. Схемы, рисунки и другие графические элементы должны быть представлены дополнительным файлом в графическом формате.
  - ◀ В тексте ссылки на цитируемую литературу даются в квадратных скобках в конце предложения перед точкой (например: [1], [1; 2] или [1–3] и т. д.). Список литературы следует оформлять в порядке ссылок на него по тексту, в списке должны быть только те источники, на которые есть ссылки в тексте. Ссылки на неопубликованные работы не допускаются. Для книг: фамилия и инициалы автора, полное название книги, место издания, издательство, год, том или выпуск, общее количество страниц. Для периодических изданий: фамилия и инициалы автора, название статьи, название журнала, год издания, том, номер, первая и последняя страницы статьи. Список литературы нумеруется арабскими цифрами без использования автоматической нумерации и дается в квадратных скобках.

