

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПОЛОГИХ ПАНЕЛЕЙ ИЗ ГИБРИДНЫХ МАТЕРИАЛОВ С РАЗРУШАЮЩИМИСЯ СЛОЯМИ КОМПОЗИТА

Н. С. Азиков[✉], А. В. Зинин

Институт машиноведения им. А. А. Благонравова РАН
г. Москва, Российская Федерация

Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)
г. Москва, Российская Федерация

Дан анализ влияния разрушающихся слоев в пологих панелях из гибридного материала на устойчивость при сжатии и сдвиге. Гибридный материал образован из блоков углепластика и стеклопластика. Блоки образуют симметричную структуру слоев относительно нейтральной поверхности. Решение задачи на собственные значения выполнено в перемещениях путем аппроксимации функции прогиба «балочными» функциями в зависимости от условий опирания на контуре панели. Определяются минимальные собственные значения – коэффициенты устойчивости и критические усилия сжатия и сдвига. Панель нагружается контурным усилием волях критического усилия, решается задача закритического деформирования при аппроксимации прогиба в виде произведения неизвестной амплитуды и минимальной собственной формы. С помощью коэффициентов нагруженности слоев выполняется оценка несущей способности панели по моменту разрушения наиболее нагруженного слоя/слоев различной структуры с использованием критерия прочности Цая-By. Устанавливается предельное усилие, при котором в наиболее нагруженном слое коэффициент нагруженности $F_p^{(i)} \leq 1$. Этот поврежденный слой заменяют фиктивным слоем, обладающим механическими свойствами связующего. Анализ послойного разрушения гибридных панелей ограничен пятью этапами нагружения. В результате исследований были найдены критические усилия сжатия и сдвига, позволяющие оценить влияние послойного разрушения гибридного материала на эти величины, и определен эффективный вариант армирования гибридного пакета.

Ключевые слова: устойчивость, пологая панель, гибридный материал, послойное разрушение, критические усилия, предельное разрушающее усилие, критерий прочности.

Поступила в редакцию: 09.07.2025. Принята к печати: 09.09.2025.

Введение

Гибридные композиционные материалы представляют собой сочетание нескольких типов армирующих наполнителей с различными упругими и прочностными свойствами в одной матрице. Использование принципа гибридизации расширяет возможности регулирования характеристик механических свойств композиционных материалов с целью достижения технологически приемлемого равновесия между преимуществами и недостатками, присущими любому композиту [1–3]. Такие композиции с успехом применяются в авиацион-

ных обшивочных конструкциях, лопастях вертолетных винтов и ветрогенераторов, объектах строительной техники, корпусах автомобилей и яхт и др. [4, 5].

Чаще всего полимерные композитные материалы с несколькими типами армирующего наполнителя используют в виде слоистых тонкостенных панелей, которые представляют собой объединение слоев с более жестким высокомодульным (high modulus) наполнителем со слоями низкомодульного (low modulus), но более прочного компонента. Прочность гибридной композиции при растяжении определяется соотношениями, следующими из правила смеси, и зависит от степени гибридизации, которая может быть оценена объемной долей высокомодульного компонента [3, 6].

Из-за различия в деформативных и прочностных свойствах компонентов слоистого гибрида при монотонном нагружении разнородные слои разрушаются при совместной деформации неодновременно из-за различия в их предельных деформациях. Эту особенность механизма разрушения слоистых гибридов следует учитывать при оценке предельного состояния элементов конструкций, долговечности и трещиностойкости гибридных панелей [6].

В еще большей степени эта особенность сказывается на устойчивости гибридных панелей, так как при изгибе деформация слоев композитной среды неравномерна по толщине и зависит от расположения слоя в общем пакете. Это объективно ускоряет процесс более раннего разрушения высокомодульных слоев с меньшей предельной деформацией. Поэтому деформация удаленных от срединной поверхности слоев высокомодульного компонента может достигнуть предельной величины задолго до наступления критического состояния всей слоистой конструкции. Но опыт показывает, что для некоторых вариантов структуры гибридной композиции преждевременное разрушение отдельных высокомодульных слоев не приводит к полной потере устойчивости всей панели вследствие перераспределения нагрузки между неразрушенными слоями. Несущая способность панели в этом случае во многом определяется структурными параметрами слоистой среды – степенью гибридизации (количеством слоев разной природы) и последовательностью укладки разнородных слоев.

В данной работе проведено исследование устойчивого состояния стеклоуглепластиковых панелей различной структуры при сжатии и сдвиге и дана оценка влияния разрушения перегруженных слоев гибридной пологой панели на критические усилия потери устойчивости в зависимости от последовательности укладки слоев, радиуса кривизны поверхности и граничных условий.

1. Обзор опубликованных материалов

Поведение многослойных ортотропных и анизотропных тонкостенных элементов конструкций под нагрузкой изучали многие исследователи [7–12], которыми были предложены различные кинематические модели для прогнозирования устойчивости и динамического поведения композитных конструкций на основе различных подходов теории анизотропных пластин и оболочек. Как правило, для решения задач на собственные значения композитных элементов ортогональной формы применяют приближенные аналитические или численные методы. Известные вычислительные процедуры [13–15], такие как разложение

в ряд, методы Рэлея-Ритца, расширенный метод Канторовича, безэлементный метод Галеркина, метод подвижных наименьших квадратов Ритца и др., обладают высокой точностью, но являются трудоемкими при расчетах композитных конструкций со сложной геометрией и нетрадиционными граничными условиями. В настоящее время появились более производительные бессеточные методы [10], методы дифференциальных квадратур [16], методы дискретной сингулярной свертки [17], которые становятся все более популярными при численном решении начальных и краевых задач в инженерных приложениях.

2. Постановка задачи

При заданных геометрических параметрах панели (размеры сторон, радиусы кривизны), материалов элементарных слоев композита (модули упругости вдоль и поперек волокон, модуль сдвига, коэффициент Пуассона, толщина слоя, напряжения вдоль и поперек слоя, касательное напряжение), числа слоев в пакете и структуры армирования каждого слоя находятся мембранные и изгибные жесткости панели.

Решается задача на собственные значения и определяются собственные значения и принадлежащие им собственные векторы и собственные формы. Находят минимальные собственные значения – коэффициенты устойчивости и критические усилия сжатия и сдвига, а также принадлежащие им собственные векторы и собственные формы. Панель после потери устойчивости нагружается контурным усилием волях критического усилия, решается задача закритического деформирования при аппроксимации прогиба в виде произведения неизвестной амплитуды и минимальной собственной формы. Из решения нелинейной задачи определяются амплитуда прогиба и напряженно-деформированное состояние каждого композитного слоя.

Выполняется оценка несущей способности панели по моменту разрушения наиболее нагруженного слоя/слоев различной структуры с использованием критерия прочности Цая-Ву [18]. При пошаговом нагружении панели контурными усилиями сжатия T_x или сдвига T_{xy} по значениям компонент тензора напряжений каждого слоя $\sigma_1^{(i)}, \sigma_2^{(i)}, \tau_{12}^{(i)}$ вычисляют коэффициенты нагруженности слоев

$$F_p^{(i)}(T_{xy}) = \left(\frac{\sigma_1^{(i)}}{\sigma_{1e}^{(i)}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_2^{(i)}}{\sigma_{2e}^{(i)}} \right)^2 - \left(\frac{\sigma_1^{(i)}}{\sigma_{1e}^{(i)}} \cdot \frac{\sigma_2^{(i)}}{\sigma_{2e}^{(i)}} \right) + \left(\frac{\tau_{12}^{(i)}}{\tau_{12e}^{(i)}} \right)^2$$

и устанавливается предельное усилие $\{T_{xp}^{(i)}; T_{xy,p}^{(i)}\}$, при котором в наиболее нагруженном i -ом слое коэффициент нагруженности $F_p^{(i)} \cong 1$. Этот уровень нагружения соответствует исчерпанию не-

сущей способности данного слоя и окончанию первого этапа нагружения. Далее в рамках принятой модели этот поврежденный слой заменяют фиктивным слоем, обладающим механическими свойствами связующего, и проводят проверку прочности панели с учетом замены поврежденного слоя. В случае выполнения условия прочности для всего пакета после такой замены продолжают пошаговое увеличение нагрузки и послойный анализ нагруженности. Следующий этап заканчивается после достижения предельного состояния в следующем перегруженном слое (слоях) заменой его фиктивным слоем связующего и пересчетом напряженно-деформированного состояния новой структуры с возможным переходом к очередному этапу нагружения. Анализ послойного разрушения гибридных панелей, выполненный в работе, был ограничен пятью этапами нагружения.

Результатом алгоритма исследований служит определение на каждом этапе критических усилий сжатия и сдвига, а также предельные разрушающие усилия для каждого этапа (в статье не приводятся), позволяющие оценить влияние на них послойного разрушения слоев гибридного материала.

3. Собственные значения и собственные формы панели из гибридных материалов

Рассмотрим пологую композитную панель из гибридного материала с отношением сторон $a/b = 2$ ($a = 2$ м; $b = 1$ м), радиусами кривизны $R_x \rightarrow \infty$, $R_y = [\infty, 100, 50, 25, 10, 5]$ м, нагруженную контурными усилиями сжатия T_x и сдвига T_{xy} (рисунок 1). Панель принято считать пологой при соотношении ее размеров и радиусов кривизны не менее 1/5, линейные размеры образующих поверхности панели примерно равны их проекции на плоскость. Панель имеет симметричную структуру армирования относительно срединной поверхности и состоит из блоков слоев стеклоткани толщиной $\delta_i^{(1)}$ и углеродной ленты толщиной $\delta_i^{(2)}$. Каждый слой определяется углом армирования φ .

Рассмотрены два тестовых варианта структуры стекло- и углепластиковой панели, сформирован-

ные из 8 шестислойных блоков слоев стеклоткани (glass) (блоки G1, G2) и углеродной ленты (carbon) (блоки C 1, C 2) с двумя версиями укладки слоев в блоках – $[0/0/+45/-45/0/0]$ и $[0/90/+45/-45/+45/-45]$. Вариант А структуры панели соответствует последовательности укладки блоков [C 1/G2/C 1/G2]_{2s}, вариант Б – [G1/C 2/G1/C 2]_{2s}.

Характеристики механических свойств углепластика до разрушения слоя:

$$E_1 = 149 \text{ ГПа}; E_2 = 7,45 \text{ ГПа}; \\ G_{12} = 2,8 \text{ ГПа}; \mu_{21} = 0,3,$$

$$\bar{\sigma}_1 = (+2970 / -1000) \text{ МПа}; \\ \bar{\sigma}_2 = (+434 / -210) \text{ МПа}; \tau_{12} = 109 \text{ МПа};$$

после разрушения слоя: $E_1 = 7,45 \text{ ГПа}$; $E_2 = 7,45 \text{ ГПа}$; $G_{12} = 2,8 \text{ ГПа}$;

$$\bar{\sigma}_1 = (+434 / -210) \text{ МПа}; \\ \bar{\sigma}_2 = (+434 / -210) \text{ МПа}; \tau_{12} = 109 \text{ МПа};$$

Характеристики механических свойств стеклопластика до разрушения слоя:

$$E_1 = 50 \text{ ГПа}; E_2 = 16 \text{ ГПа}; G_{12} = 5,2 \text{ ГПа}; \mu_{21} = 0,23,$$

$$\bar{\sigma}_1 = (+1080 / -540) \text{ МПа}; \\ \bar{\sigma}_2 = (+930 / -240) \text{ МПа}; \tau_{12} = 96 \text{ МПа};$$

после разрушения слоя: $E_1 = 16 \text{ ГПа}$; $E_2 = 16 \text{ ГПа}$; $G_{12} = 5,2 \text{ ГПа}$;

$$\bar{\sigma}_1 = (+930 / -240) \text{ МПа}; \\ \bar{\sigma}_2 = (+930 / -240) \text{ МПа}; \tau_{12} = 96 \text{ МПа};$$

Толщины слоев углепластика и стеклопластика соответственно равны $\delta_i^{(1)} = 0,125 \text{ мм}$ и $\delta_i^{(2)} = 0,25 \text{ мм}$.

При исследовании прочности панели из гибридного материала с разрушающимися слоями будем опираться на решение геометрически нелинейной задачи закритического деформирования [9], из которой найдем критические усилия сжатия и сдвига и предельные усилия, приводящие к разрушению отдельных слоев композита. Решение задачи на собственные значения панели выполним с помощью метода Рэлея-Ритца, для чего функцию перемещений представим в виде двойного ряда, образованного «балочными» функциями [11]

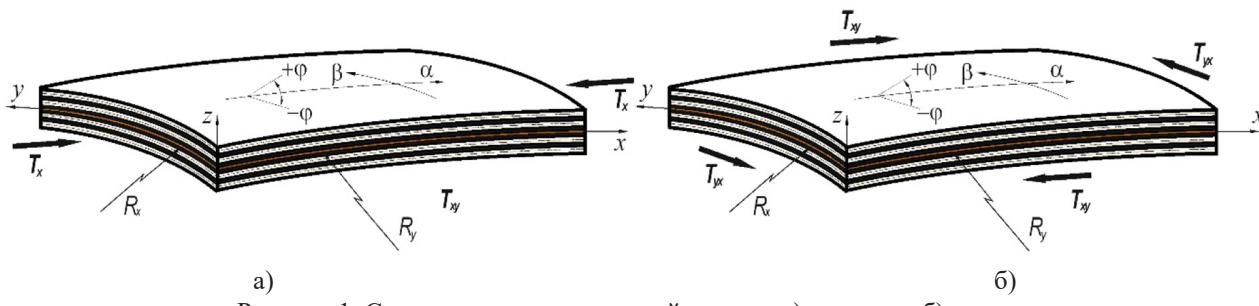


Рисунок 1. Схемы нагружения пологой панели: а) – сжатие; б) – сдвиг

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \bar{w}_{1m}(x) \bar{w}_{2n}(y). \quad (1)$$

Для определения минимальных собственных значений и принадлежащих им собственных векторов и форм полную потенциальную энергию E панели площадью S представим в форме Брайана [19]:

$$\begin{aligned} E = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b \left\{ D_{11} (w_{,xx})^2 + 2D_{12} (w_{,xx})(w_{,yy}) + \right. \\ & + D_{22} (w_{,yy})^2 + 4D_{33} (w_{,xy})^2 + B_{22} k_y^2 (w)^2 - \\ & \left. - N_x (w_{,x})^2 - 2N_{xy} (w_{,x})(w_{,y}) \right\} dx dy. \end{aligned} \quad (2)$$

Подставив в функционал энергии E прогиб (1), вычислим интеграл (2) методом Симпсона [19], согласно которому область интегрирования разбивается на $i \times j$ ячеек сетки при $i \in \{0, \dots, i_{\max}\}$, $j \in \{0, \dots, j_{\max}\}$. Минимизируя получающееся после интегрирования выражение по каждому элементу неизвестного вектора амплитуд $\lfloor A \rfloor$, получим однородную систему линейных алгебраических уравнений:

$$\begin{pmatrix} [\Omega] - \lfloor \lambda_x \rfloor [t_x] - \frac{B_{22} k_y^2}{\sqrt{D_{11} D_{22}}} (w)^2 - \lfloor \lambda_{xy} \rfloor [t_{xy}] \\ \lfloor A \rfloor = 0, \end{pmatrix} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} [\Omega] &= \left(\sqrt{D_{11} D_{22}} \right)^{-1} \int_0^a \int_0^b [w_{,xx}, w_{,yy}, 2w_{,xy}]^T [D]^{xy} \\ &\quad [w_{,xx}, w_{,yy}, 2w_{,xy}] dx dy, \\ [t_x] &= \int_0^a \int_0^b (w_{,x})^2 dx dy, \quad [t_{xy}] = \int_0^a \int_0^b 2(w_{,x})(w_{,y}) dx dy; \end{aligned}$$

$\lfloor \lambda_x \rfloor, \lfloor \lambda_{xy} \rfloor$ – векторы собственных значений.

Условие равенства нулю определителя однородной системы уравнений (3)

$$\det \left([\Omega] - \lfloor \lambda_x \rfloor [t_x] - \frac{B_{22} k_y^2}{\sqrt{D_{11} D_{22}}} (w)^2 - \lfloor \lambda_{xy} \rfloor [t_{xy}] \right) = 0$$

позволяет определить векторы собственных значений $\lfloor \lambda_x \rfloor, \lfloor \lambda_{xy} \rfloor$, а также несколько первых собственных векторов $\lfloor q_1 \rfloor, \lfloor q_2 \rfloor, \lfloor q_3 \rfloor, \dots$, соответствующих собственным значениям $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 \dots$. Затем вычисляем необходимые для аппроксимации закритического прогиба собственные формы в виде

$$\bar{W}_i = \left\{ \sum_p q_p \tilde{w}_1(x) \tilde{w}_2(y) \right\}, \text{ где } p \text{ – число членов ряда} \quad (1).$$

На рисунке 2 приведены собственные формы, соответствующие минимальным собственным значениям-коэффициентам устойчивости изотропной панели при сжатии и сдвиге ($a = 2\text{м}; b = 1\text{м}; R_y = 50\text{м}; h = 2\text{мм}; \chi = 0^\circ$).

Полагая, что форма закритического прогиба, при которой происходит разрушение перегруженного слоя, будет подобна первой собственной форме (форма соответствует минимальному собственному значению), переходим к решению задачи о закритическом деформировании пологой панели. Форма закритического прогиба

$$w_{zk} = A_0 \sum_p q_p \tilde{w}_1(x) \tilde{w}_2(y); \quad p = 1..30. \quad (4)$$

Меняя уровень нагружения панели усилиями сжатия или сдвига, определяем момент, при котором в наиболее нагруженном слое композита выполнится условие $F_p^{(i)} = 1.0$. При поиске наиболее нагруженного слоя необходимо исследовать напряженное состояние в каждом узле сетки и каждом слое, которые подлежат анализу. Точность результатов расчетов предельных усилий сжатия и сдвига вытекает из погрешности аппроксимации закритического прогиба (4), шага разбиения сетки и погрешности при выполнении условия $F_p^{(i)} = 1.0$. Заменив в разрушенном слое исходные характеристики механических свойств на характеристики после разрушения слоя, повторяем расчет с новыми жесткостными и проч-

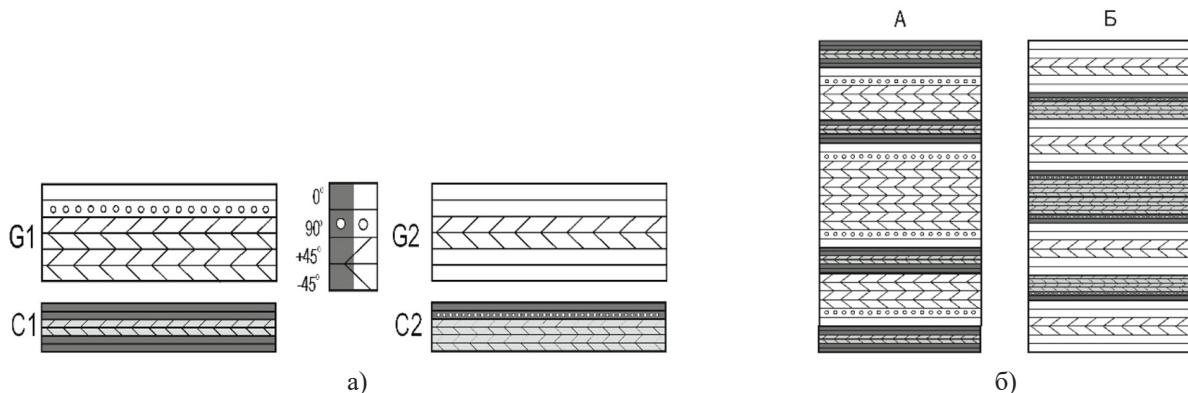


Рисунок 2. Варианты укладки слоев гибридного композита: а) – блоки, б) – панели

ностными свойствами пакета слоев панели при сжатии и сдвиге.

Каждое исследование варианта армирования, радиуса кривизны, вида контурного усилия и граничных условий включало 5 этапов, на каждом из которых нагружение пологой панели доводилось до разрушения наиболее нагруженного слоя композитного материала. Жесткостные и прочностные характеристики панели определялись с учетом разрушенных на предыдущих этапах слоев в предположении, что для пакета слоев остается справедливой гипотеза Киргофа-Лява.

4. Панель нагружена сжимающими усилиями в продольном направлении

Результаты исследования послойного разрушения прямоугольной панели с разной кривизной в поперечном направлении на критические усилия

сжатия приведены в таблицах 1 и 2. В таблице 1 показано изменение критических усилий сжатия панели со свободно опертыми кромками для двух вариантов армирования; в таблице 2 – изменение критических усилий сжатия панели с защемленными кромками. Сравнение результатов расчетов показывает, что вариант армирования Б более предпочтителен по устойчивости панели как со свободно опертыми кромками, так и с защемленными кромками. На рисунках 3 и 4 приведены графики изменения критических усилий сжатия в зависимости от радиусов кривизны и этапа нагружения для гибридной панели с различными граничными условиями.

5. Панель нагружена касательными усилиями сдвига

В таблицах 3 и 4 приведены результаты изменения критических усилий сдвига пологой ги-

Таблица 1

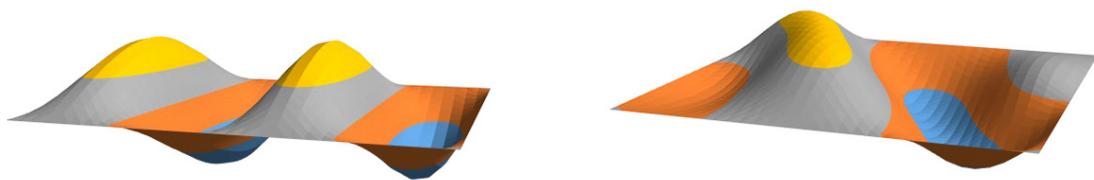
Критические усилия сжатия панели со свободно опертыми кромками

	$N_{xkr}(kH/m)$					
	$R_y = \infty$	$R_y = 100\text{ м}$	$R_y = 50\text{ м}$	$R_y = 25\text{ м}$	$R_y = 10\text{ м}$	$R_y = 5\text{ м}$
этап	вариант А					
1	85,11	87,34	94,05	120,91	204,23	346,04
2	85,10	87,34	94,05	120,93	204,27	346,14
3	85,09	87,34	94,05	120,95	204,26	346,17
4	84,98	87,34	94,05	120,86	203,86	345,59
5	84,81	87,34	94,05	120,73	203,24	344,67
этап	вариант Б					
1	115,63	118,45	126,91	159,02	255,02	427,08
2	114,78	118,45	126,91	157,12	251,64	421,85
3	109,74	118,45	126,91	145,70	231,35	390,17
4	109,74	113,41	126,07	142,22	226,18	363,19
5	109,74	112,55	121,02	137,96	220,61	337,40

Таблица 2

Критические усилия сжатия гибридной панели с защемленными кромками

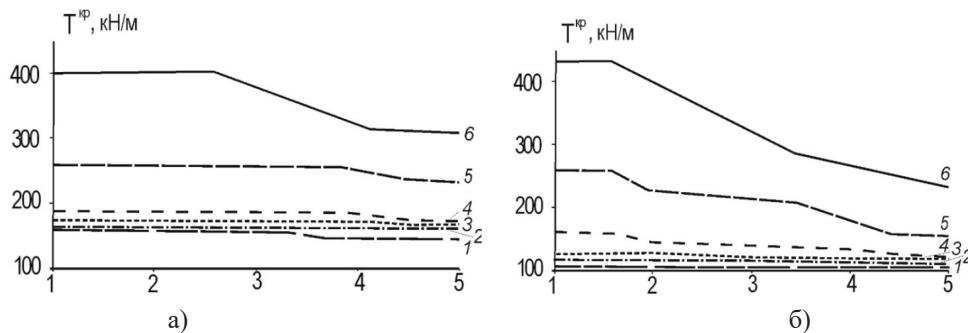
	$N_{xkr}(kH/m)$					
	$R_y = \infty$	$R_y = 100\text{ м}$	$R_y = 50\text{ м}$	$R_y = 25\text{ м}$	$R_y = 10\text{ м}$	$R_y = 5\text{ м}$
этап	вариант А					
1	169,81	171,58	176,8	190,19	261,81	404,53
2	169,80	171,58	176,8	190,19	261,81	404,63
3	169,78	171,58	176,8	190,19	261,87	404,63
4	169,54	171,58	176,8	190,19	261,87	403,82
5	169,18	171,58	176,8	190,19	261,87	402,57
этап	вариант Б					
1	227,48	228,61	231,98	245,3	332,09	498,69
2	227,48	225,51	228,87	245,3	332,09	491,69
3	224,38	206,96	210,28	242,2	327,31	448,98
4	205,85	206,96	210,28	242,2	327,31	415,55
5	205,85	206,95	210,28	223,4	298,39	383,63



a)

б)

Рисунок 3. Собственные формы, соответствующие минимальным собственным значениям:
(а) – при сжатии и (б) – сдвиге



а)

б)

Рисунок 4. Влияние кривизны панели и этапов нагружения

на критические усилия сжатия N_{xkr} (kH / m) панели со свободно опретыми кромками:

(а) – вариант А; (б) – вариант Б; 1 – $R_y = \infty$; 2 – $R_y = 100$; 3 – $R_y = 50$; 4 – $R_y = 25$; 5 – $R_y = 10$; 6 – $R_y = 5$

Таблица 3

Критические усилия сдвига панели со свободно опретыми кромками

этап	N_{xykr} (kH / m)					
	$R_y = \infty$	$R_y = 100 \text{ м}$	$R_y = 50 \text{ м}$	$R_y = 25 \text{ м}$	$R_y = 10 \text{ м}$	$R_y = 5 \text{ м}$
вариант А						
1	121,84	125,12	133,47	156,02	229,03	365,60
2	121,72	124,81	132,89	154,88	218,08	359,71
3	115,47	118,44	126,18	147,24	215,13	342,36
4	115,47	118,44	126,18	147,25	211,01	342,36
5	115,46	118,44	126,18	147,25	206,96	342,56
вариант Б						
1	172,20	176,04	186,15	214,20	308,51	487,53
2	169,08	172,80	182,61	209,90	282,30	476,02
3	165,03	168,64	178,14	204,61	258,50	462,80
4	149,34	152,82	161,91	186,79	250,46	427,88
5	131,65	135,00	143,63	166,70	243,67	388,55

Таблица 4

Критические усилия сдвига панели с защемленными кромками

этап	N_{xykr} (kH / m)					
	$R_y = \infty$	$R_y = 100 \text{ м}$	$R_y = 50 \text{ м}$	$R_y = 25 \text{ м}$	$R_y = 10 \text{ м}$	$R_y = 5 \text{ м}$
вариант А						
1	189,66	190,82	194,18	205,95	260,91	379,71
2	189,40	190,52	193,74	205,11	258,48	362,12
3	180,56	170,79	173,77	195,54	246,40	356,72
4	180,55	170,79	173,77	195,55	246,44	349,75
5	180,54	170,77	173,77	195,54	246,46	342,91
вариант Б						
1	264,93	266,29	270,24	284,39	353,74	508,08
2	260,49	256,52	260,26	279,31	346,61	467,79

Окончание таблицы 4

	$N_{xykr}(\kappa H / m)$					
	$R_y = \infty$	$R_y = 100 m$	$R_y = 50 m$	$R_y = 25 m$	$R_y = 10 m$	$R_y = 5 m$
3	254,74	250,72	231,18	272,91	338,03	430,98
4	231,94	227,88	205,69	249,60	310,89	428,00
5	226,66	202,54	205,69	222,56	280,34	416,74

бридной панели последовательно от 1 до 5 этапов нагружения. Как видно из результатов, разрушение слоев не оказывает существенного влияния на критические усилия при сдвиге гибридной панели с рассмотренными структурами армирования и граничными условиями. Сравнение результатов расчетов показывает, что вариант армирования Б более предпочтителен по устойчивости панели как со свободно опертыми кромками, так и с защемленными кромками.

Заключение

1. Анализ напряженно-деформированного состояния плоской гибридной панели показал:

- при сжатии послойное разрушение происходит одновременно в двух слоях углепластика с углами армирования $\varphi = 0^\circ$, симметрично расположенных относительно нейтральной поверхности;
- при сдвиге послойное разрушение происходит в слоях композитного материала с углами армирования $+45^\circ / -45^\circ$, расположенных во многих случаях вблизи нейтральной поверхности, что затрудняет визуальную оценку поврежденности панели при эксплуатации таких элементов летательного аппарата.

2. Влияние разрушенных слоев на критические усилия сжатия плоской гибридной панели

($R_y = \infty$) можно считать незначительным. За 5 этапов нагружения снижение N_x в панели со свободно опертыми кромками составило величину $(85,11 / 84,81) = 1,004$ в варианте армирования А и величину 1,054 в варианте Б; в панели с защемленными кромками – 1,004 и 1,105. Не отмечено значительное влияние разрушающихся слоев на критические усилия сжатия для пологих панелей во всех вариантах радиусов кривизны.

3. Влияние разрушенных слоев на критические усилия сдвига плоской гибридной панели ($R_y = \infty$) можно считать более заметным по сравнению с критическими усилиями сжатия, но также незначительным. За 5 этапов нагружения снижение N_{xy} в панели со свободно опертыми кромками составило величину 1,055 в варианте армирования А и величину 1,308 в варианте Б; в панели с защемленными кромками – 1,051 и 1,169. Наибольшее влияние разрушающихся слоев на критические усилия сдвига для пологих панелей отмечено в случае панели с радиусом кривизны $(508,08 / 416,74) = 1,219$ и вариантом армирования Б.

4. Сравнение результатов по критическим усилиям сжатия и сдвига показало преимущество структуры армирования Б для всех вариантов радиусов кривизны и граничных условий на контуре панели.

Список литературы

- [1] Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, 1988. 272 с.
- [2] Reddy J. N. Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis, (2nd ed). New York, CRC Press, 2004, 831 p.
- [3] Зинин А. В. Сопротивление малоцикловой усталости гибридных композиционных материалов и элементов летательных аппаратов из них: дис. ...канд. техн. наук: 01.02.06 / Александр Владимирович Зинин. Москва, 1983. 221 с.
- [4] Alarifi I. M. Hybrid Composite Materials and their Applications. – Woodhead Publishing, 2023, 322 p. doi: 10.1016/B 978-0-323-99126-1.00001-X.
- [5] Swolfs Y., Gorbatikh L., Verpoest I. Fibre hybridisation in polymer composites: A review // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2014. Vol. 67, pp. 181–200. doi:10.1016/j.compositesa.2014.08.027.
- [6] Зинин А. В., Азиков Н. С. Усталость и разрушение гибридных композиционных материалов при малоциклическом нагружении. В кн. Фундаментальные исследования и инновационные технологии в машиностроении. Научные труды VII Международной научной конференции. М., ИМАШ РАН, 2021. С. 110–112.
- [7] Kiani Y. Free vibration of FG-CNT reinforced composite skew plates // Aerospace Science and Technology. 2016. Vol.58, pp. 130467–9. doi: 10.1016/j.ast.2016.08.018.
- [8] Valvano S. and Carrera E. Multilayered plate elements with node-dependent kinematics for the analysis of composite and sandwich structures, Facta Univ., Ser.: Mech. Eng., 2017. Vol. 15, № 1, pp. 1–30. Doi: 10.22190/FUME 170315001V.
- [9] Azikov N. S., Zinin A. V., Gaidarzhi, Yu. V. and Saifullin I. Sh. Strength under Supercritical Deformation of Skew Composite Panels. Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2021, Vol. 50, № 5, pp. 430–437.

- [10] Haldar S., Pal S., Kalita K., Sagunthala R. Free vibration of skew laminates – a brief review and some benchmark results. Transactions of the Royal Institution of Naval Architects. International Journal of Maritime Engineering. 2019, v. 161, Part A4, p.p. 357–380. doi: 10.3940/nna.ijme.2019.a4.540.
- [11] Азиков Н. С. Устойчивость слоистых композитных косоугольных панелей // Механика композиционных материалов и конструкций. 2004. Т. 10, № 1. С. 133–152.
- [12] Srinivasa C.V., Suresh Y.J. and Kumar R. Buckling studies on laminated composite skew plates, Int. J. CompuL. AppL, 2012, Vol. 37, № 1, pp. 35–47.
- [13] Азиков Н. С., Зинин А. В. Влияние гибридизации слоистого композита на несущую способность пластин из стеклоуглеродистого материала при комбинированном нагружении сжатием и сдвигом // Проблемы машиностроения и автоматизации. 2024. № 2. С. 25–39.
- [14] Нуримбетов А. У., Дудченко А. А. Современное состояние вопроса анализа собственных частот и форм колебаний конструкции из композиционных материалов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2018. Т. 14, № 4. С. 323–336 doi: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-323-336.
- [15] Xiang Y., Lai S. K., Zhou L., Lim C. W. DSC-Ritz element method for vibration analysis of rectangular Mindlin plates with mixed edge supports. European Journal of Mechanics, A/Solids. 2010, Vol. 29(4), pp.619–628. doi:10.1016/j.euromechsol.2009.12.007.
- [16] Karami C., Shahpari S.A. and Malekzadeh P. DQM analysis of skewed and trapezoidal laminated plates, Compos. Struct., 2003, Vol. 59, № 3, pp. 393–402. [https://doi.org/10.1016/S 0263-8223\(02\)00188-5](https://doi.org/10.1016/S 0263-8223(02)00188-5).
- [17] Maji A., Mahato P. Kr. Development and applications of shear deformation theories for laminated composite plates: An overview. Journal of Thermoplastic Composite Materials, 2020, 089270572093076, pp.1–44 doi: 10.1177/0892705720930765.
- [18] Azikov N. S., Zinin A. V. A Destruction Model for an Anisogrid Composite Structure // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2018, Vol. 47, № 5, pp. 423–429.
- [19] Волков Е. А. Численные методы. М.: Наука, 1982. 56 с.

STUDY OF STABILITY OF FLAT PANELS MADE OF HYBRID MATERIALS WITH DESTROYING COMPOSITE LAYERS

N. S. Azikov, A. V. Zinin

*Mechanical Engineering Research Institute
of the Russian Academy of Science
Moscow, Russian Federation
Moscow Aviation Institute (National Research University)
Moscow, Russian Federation*

The effect of collapsing layers in flat panels made of a hybrid material on the stability under compression and shear is analyzed. The hybrid material is formed from carbon fiber and fiberglass blocks. The blocks form a symmetrical structure of layers relative to the neutral surface. The eigenvalue problem is solved in displacements by approximating the deflection function with "beam" functions depending on the support conditions on the panel contour. The minimum eigenvalues are determined – stability coefficients and critical compression and shear forces. The panel is loaded with a contour force in fractions of the critical force, the problem of postcritical deformation is solved by approximating the deflection as a product of an unknown amplitude and the minimum eigenform. Using the layer loading coefficients, the load-bearing capacity of the panel is estimated by the moment of failure of the most loaded layer/layers of different structures using the Tsai-Wu strength criterion. The ultimate force is established at which the loading coefficient in the most loaded layer is. This damaged layer is replaced by a fictitious layer with mechanical properties of the binder. The analysis of layer-by-layer destruction of hybrid panels is limited to five loading stages. As a result of the research, critical

compressive and shear forces were found, allowing us to evaluate the effect of layer-by-layer destruction of the hybrid material on these values, and an effective reinforcement option for the hybrid package was determined.

Keywords: stability, flat panel, hybrid material, layer-by-layer failure, critical forces, ultimate failure force, strength criterion.

Submitted: 09.07.2025. Accepted: 09.09.2025.

References

175

- [1] Vasiliev V. V. Mechanics of structures made of composite materials. – Moscow: Mashinostroenie, 1988. 272 p.
- [2] Reddy J. N. Mechanics of laminated composite plates and shells. Theory and analysis, (2nd ed). New York, CRC Press, 2004, 831 p.
- [3] Zinin A. V. Low-cycle fatigue resistance of hybrid composite materials and aircraft components made from them. Candidates thesis. Moscow, 1983, 221 p. (in Russian).
- [4] Alarifi I. M. Hybrid Composite Materials and their Applications. – Woodhead Publishing, 2023, 322 p. doi: 10.1016/B978-0-323-99126-1.00001-X.
- [5] Swolfs Y., Gorbatikh L., Verpoest I. Fibre hybridisation in polymer composites: A review // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. 2014. Vol. 67, pp. 181–200, doi:10.1016/j.compositesa.2014.08.027.
- [6] Zinin A. V., Azikov N. S. Fatigue and fracture of hybrid composite materials under low-cycle loading. In the book. Fundamental research and innovative technologies in mechanical engineering: Scientific works of the VII International scientific conference. Moscow, IMASH RAS, 2021. pp. 110–112.
- [7] Kiani Y. Free vibration of FG-CNT reinforced composite skew plates // Aerospace Science and Technology. 2016. Vol. 58, pp. 130467–9 doi: 10.1016/j.ast.2016.08.018.
- [8] Valvano S., Carrera E. Multilayered plate elements with node-dependent kinematics for the analysis of composite and sandwich structures // Facta Univ., Ser.: Mech. Eng., 2017, vol. 15, № 1, pp. 1–30. doi: 10.22190/fume170315001v.
- [9] Azikov N. S., Zinin A. V., Gaidarzhi Yu. V., Saifullin I. Sh. Strength under Supercritical Deformation of Skew Composite Panels // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2021. Vol. 50, № 5, pp. 430–437.
- [10] Haldar S., Pal S., Kalita K., Sagunthala R. Free vibration of skew laminates – a brief review and some benchmark results. Transactions of the Royal Institution of Naval Architects//International Journal of Maritime Engineering. 2019. Vol. 161, Part A4, pp. 357–380. doi: 10.3940/nna.ijme.2019.a4.540.
- [11] Azikov N. S. Stability of layered composite oblique panels // Mechanics of composite materials and structures. 2004. Vol. 10, № 1, pp. 133–152.
- [12] Srinivasa, C.V., Suresh, Y.J., and Kumar, R., Buckling studies on laminated composite skew plates, Int. J. Compu-put. AppL, 2012. Vol. 37, № 1, pp. 35–47.
- [13] Azikov N. S., Zinin A. V. The influence of hybridization of a layered composite on the load-bearing capacity of glass-carbon-reinforced plastic plates under combined compression and shear loading // Problems of mechanical engineering and automation. 2024. № 2, pp. 25–39.
- [14] Nurimbetov A. U., Dudchenko A. A. Current state of the issue of analysis of natural frequencies and vibration modes of structures made of composite materials // Structural mechanics of engineering structures and buildings. 2018.v.14, no.4. pp. 323–336 doi: 10.22363/1815-5235-2018-14-4-323-336.
- [15] Xiang Y., Lai S. K., Zhou L., Lim C. W. DSC-Ritz element method for vibration analysis of rectangular Mindlin plates with mixed edge supports// European Journal of Mechanics, A/Solids. 2010. Vol. 29(4), pp.619–628. doi:10.1016/j.euromechsol.2009.12.007.
- [16] Karami C., Shahpari S.A., and Malekzadeh, P., DQM analysis of skewed and trapezoidal laminated plates, Compos. Struct., 2003. Vol. 59, № 3, pp. 393–402. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(02\)00188-5](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(02)00188-5).
- [17] Maji A., Mahato P. Kr. Development and applications of shear deformation theories for laminated composite plates: An overview. Journal of Thermoplastic Composite Materials, 2020, 089270572093076, pp.1–44 doi: 10.1177/0892705720930765.
- [18] Azikov N. S., Zinin A. V. A Destruction Model for an Anisogrid Composite Structure // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2018. Vol. 47, № 5, pp. 423–429.
- [19] Volkov E. A. Numerical methods. M.: Science, 1982. 256 p.

Сведения об авторах

Азиков Николай Сергеевич – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Института машиноведения им. А. А. Благонравова РАН. Окончил Московский авиационный институт им. С. Орджоникидзе в 1978 году. Область научных интересов: устойчивость и прочность тонкостенных многослойных композитных конструкций, исследование поведения панелей после потери устойчивости при закритическом деформировании, частотные характеристики плоских и пологих панелей.

Зинин Александр Владимирович – кандидат технических наук, доцент Московского авиационного института (национальный исследовательский университет). Окончил Московский авиационно-технологический институт имени К. Э. Циолковского в 1978 году по специальности «Самолетостроение». Область научных интересов: прочность, устойчивость и надежность элементов летательных аппаратов; усталость и механика разрушения композиционных материалов; методы оценки несущей способности и долговечности композитных элементов космических конструкций.